LICEUL TEORETIC "BOLYAI FARKAS"
ELMÉLETI LÍCEUM
TÎRGU MUREŞ MAROSVÁSÁRHELY
540064
STR. BOLYAI NR.3
Telefon/Fax/0365-882749, 0365-882748
E-mail:bolyai@bolyai.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

ERDÉLYI MAGYAR MATEMATIKAVERSENY
Megyei szakasz
Marosvásárhely, 2016. december 17.
IX. osztály

1. feladat

Oldd meg a valós számok halmazában az alábbi egyenletet

$\left[\frac{x-1}{6}\right]+\left[\frac{x+1}{6}\right]+\left[\frac{x+3}{6}\right]+\left[\frac{2x+1}{11}\right]=\frac{x-1}{2}$, ahol $[a]$ az a valós szám egészrészét jelöli.

2. feladat

a) Igazold, hogy $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\geq\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}, \forall a,b,c\in\boldsymbol{R}$ és $x,y,z>0$.

b) Igazold, hogy $\frac{a^2}{b^2+2bc}+\frac{b^2}{c^2+2ca}+\frac{c^2}{a^2+2ab}\geq 1, \forall a,b,c>0$.

3. feladat

Egy 80 tagú számsorozatról tudjuk, hogy bármely közbelső tagja egyenlő szomszédjainak szorzatával. Továbbá az első 40 tag szorzata 8, valamint összes tagjának szorzata is 8.
Határozd meg a sorozat első és második tagját.

4. feladat

Az általános hegyesszögű *ABC* háromszög magasságpontja *H*, súlypontja *G*.
Legyen *K, L, M* és *P* az *ABH, BCH, CAH,* illetve *KLM* háromszög súlypontja.
Bizonyítsd be, hogy *H, P, G* pontok egy egyenesen helyezkednek el és $HP=2PG$.

Megjegyzések: Munkaidő 3 óra.
Minden feladat kötelező.
Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér, melyből 1 pont jár hivatalból.