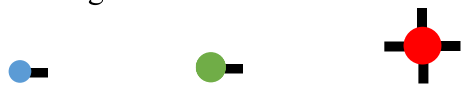
MEGOLDÁSOK
Brenyó Mihály Pontszerző Matematikaverseny
Országos döntő – 2017. május 12-14.
4. osztály

1. feladat:

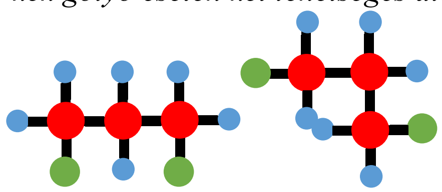
Péter egy építőjátékot kapott ajándékba. A játékban piros, zöld és kék színű golyók vannak, amelyekhez mágneses pálcikákat rögzítettek.



A golyókból alakzatokat lehet építeni a mágneses pálcikákkal összeillesztve őket.
A szabályok, amelyeket az építésnél be kell tartani:

1. **A piros golyók négy másik golyóhoz csatlakozhatnak, amelyek lehetnek pirosak, zöldek vagy kékek.**
2. **A kék illetve zöld golyók csak egy másik golyóhoz csatlakozhatnak, amely lehet piros, zöld vagy kék.**
3. **A szabályok betartásával lehet tetszőleges hosszúságú láncokat építeni, de a láncban egyetlen pálcika sem maradhat szabadon, tehát golyónak kell hozzá csatlakoznia.**

   Például: 3 piros, 2 zöld és 6 kék golyó esetén két lehetséges alakzat:

4. **Két alakzatot nem tekintünk különbözőnek, ha az alakzatokban szereplő piros golyók párba állíthatók úgy, hogy a szomszédaik azonosak a sorrendtől eltekintve.**

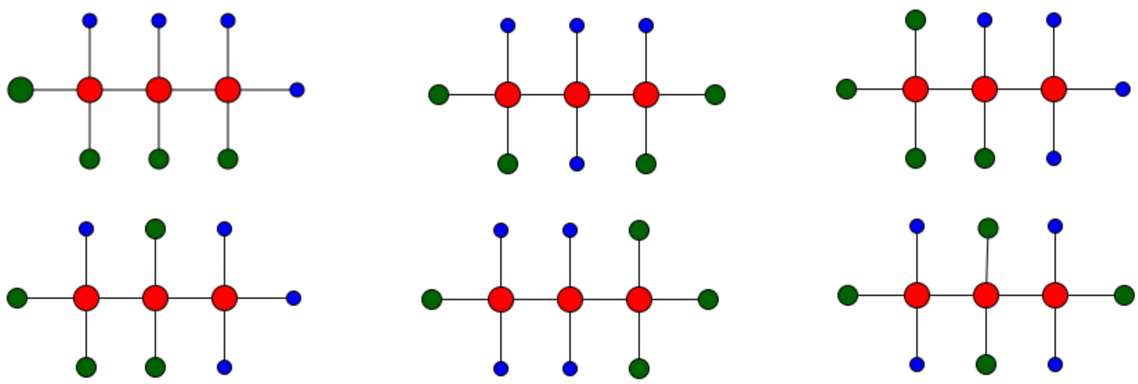
   Pl.: A fenti két szerkezet nem különbözik, mert mindkettőben két olyan piros golyó van, amelyhez 1 piros, 1 zöld és 2 kék kapcsolódik, valamint 1 olyan piros golyó van, amelyhez 2 piros és 2 kék kapcsolódik.

Feladat:

Rajzold le a négy szabálynak eleget tevő összes lehetséges szerkezetet, ha az építéshez 3 piros, és azonos számú kék és zöld golyót használhatsz!

Megoldás:

Három piros golyó esetén 8 szabad hely marad így 4-4 zöld és kék golyó lesz. 1 *pont*



Minden megoldásért 2 pont jár. Hibás megoldás -1 pont. Az összpontszám nem lehet negatív.

Összesen: 13 pont

2. feladat: Lali és Lili a 4.a osztályban osztálytársak. Lili röplabdázik, Lali kosarazik. Lali azt tartja érdekesnek, hogy amikor a hat röplabdás lány hiányzik az osztályból, akkor az osztályban ugyanannyi fiú van, mint ahány lány maradt. Lili megjegyzi, hogy amikor a négy kosaras fiú hiányzik az osztályból, akkor az osztályban maradt fiúk száma feleannyi, mint a lányok száma. Hány gyermek jár a 4.a osztályba? Válaszod indokold!

Megoldás:

Lali: hattal több lány van, mint fiú (lány=fiú+6). 1 *pont*

Lili: A lányok száma páros szám (lány=2·(fiú-4)). 1 *pont*

Készítsünk táblázatot:

Fiú-4	2	4	6	8	10	12
Fiú	6	8	10	12	14	16
Lány=fiú+6	12	14	16	18	20	22
Lány=2·(fiú-4)	4	8	12	16	20	24

A táblázatból látható, hogy egyedüli megoldás az utolsó előtti oszlopban lévő számok, azaz a 4.a osztályba 34-en járnak. 1 *pont*

További megoldás nincs, mert a lányok száma a harmadik sorban 2-vel, míg a negyedik sorban 4-gyel nő. 1 *pont*

A táblázatért, vagy a helyes egyenletért és megoldásáért (fiú+6=2·(fiú-4)) 5 *pont*

Összesen: 9 pont

3. feladat:

a) Hány olyan ötjegyű természetes szám van, amelyik a 2017 többszöröse?

b) Melyik számjegyeket jelölhetik az alábbi ötjegyű számok kivonásában a betűk, ha a különböző betűk különböző számjegyeket, az azonos betűk azonos számjegyeket jelölnek, és igaz, hogy $dcaab - aaabc = 2017$?

Megoldás:

a) A 4·2017=8068, ami 4 jegyű, de az 5·2017=10085, ami már 5 jegyű. 1 *pont*

A 50·2017=100850 már 6 jegyű a 49·2017=98833 még ötjegyű. 1 *pont*

A 2017 többszöröseinek száma, melyek ötjegyűek 46. 1 *pont*

b) Írjuk át a kivonást összeadásra:

$$\begin{array}{r} aaabc+ \\ \underline{2017} \\ dcaab \end{array}$$

2 *pont*

Az összeadást elemezve: a+2 legalább 10, kisebb, 20. 2 *pont*

Mivel a+2 legalább 10, ezért a=8, vagy a=9. 2 *pont*

Az a=9 nem lehet, mert a+1=10 lenne, ami nem lehet d. 1 *pont*

Tehát csak a=8 lehet, amiből d=9, c=0 és b=7. 3 *pont*

Ellenőrzés 90887-88870=2017. 1 *pont*

Összesen: 14 pont

4. feladat: Hány olyan háromjegyű természetes szám van, melynek számjegyei olyan prímszámok, amelyek közül kettőnek az összege adja a harmadik számjegyét a számnak, ami nem csak az egyes helyi értékén állhat? (Prímszámok azok az egynél nagyobb természetes számok, melyek csak eggyel és önmagukkal oszthatók.)

Megoldás:

Azok a számjegyek, melyek prímszámok a 2; 3; 5; 7. 2 *pont*

2+3=5, így ezek megfelelő számjegyek. 2 *pont*

A 2; 3 és az 5 számjegyekkel felírható 3 jegyű számok száma $6=3\cdot 2\cdot 1$. 2 *pont*

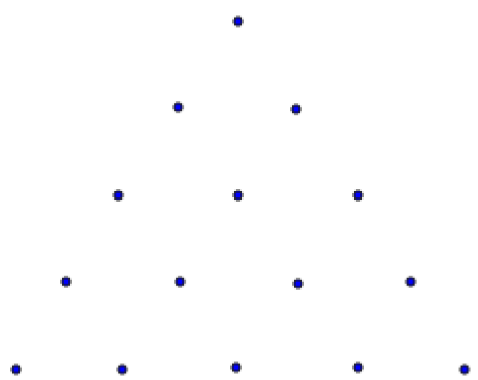
Hasonlóan a 2; 5 és a 7 is ugyanilyen számhármas. 2 *pont*

A 2; 5 és a 7 segítségével is 6 számot tudunk felírni. 2 *pont*

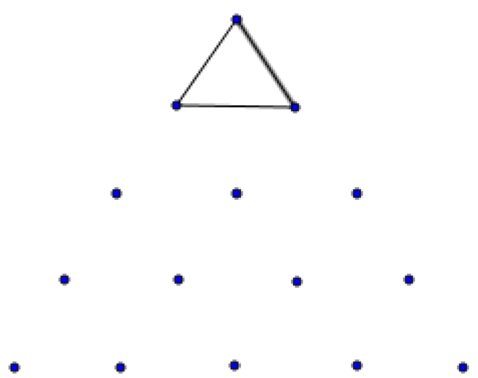
Összesen 12 a feltételeknek megfelelő háromjegyű szám van. 1 *pont*

Összesen: 11 pont

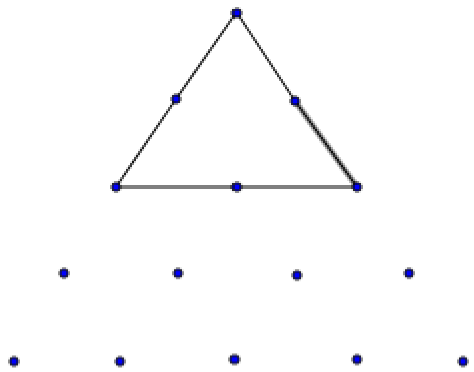
5. feladat Hány szabályos háromszög látható az alábbi szabályos háromszögrácson, melynek csúcsai a háromszögrács rácspontjai? Válaszaid indokold!



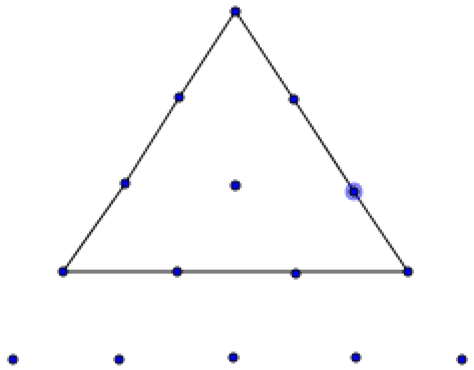
Megoldás:



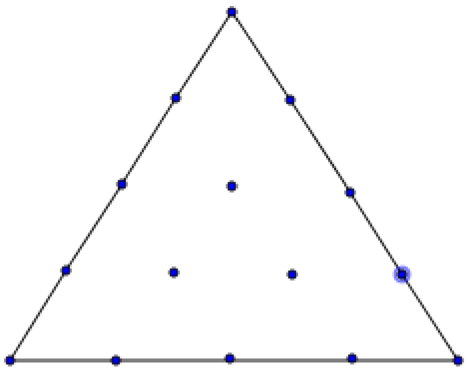
Ilyenből az első sorban 1, a másodikba 3, a harmadikban 5 és a negyedikben 7 látható, ami 16 db. 3 *pont*



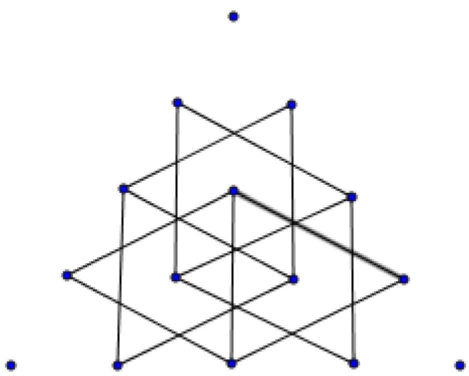
Ilyenből az első két sorban 1, a második-harmadikban 2, a harmadik-negyedikben 4, ami 7 db. 3 *pont*



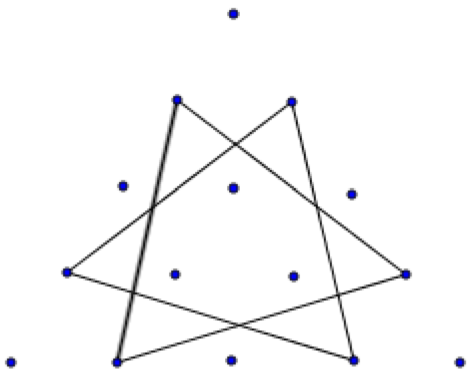
Ilyenből az első három sorban 1, a második-negyedikben 2, mai 3 db. 2 *pont*



Ilyenből 1 db. 1 *pont*



Ilyenből az második-harmadik sorban 2, a harmadik-negyedikben 4, mai 6 db. 3 *pont*



Ilyenből az második-negyedik sorban 2 db van. 2 *pont*

Összesen 35 db szabályos háromszög látható a háromszögrácson. 1 *pont*

Összesen: 15 pont