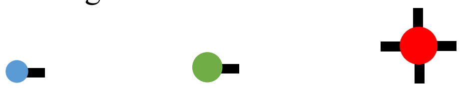
MEGOLDÁSOK
Brenyó Mihály Pontszerző Matematikaverseny
Országos döntő – 2017. május 12-14.
3. osztály

1. feladat:

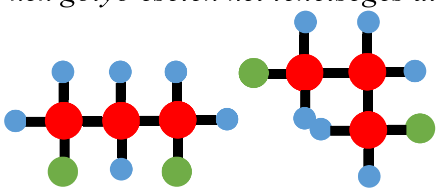
Péter egy építőjátékot kapott ajándékba. A játékban piros, zöld és kék színű golyók vannak, amelyekhez mágneses pálcikákat rögzítettek.



A golyókból alakzatokat lehet építeni a mágneses pálcikákkal összeillesztve őket.
A szabályok, amelyeket az építésnél be kell tartani:

1. **A piros golyók négy másik golyóhoz csatlakozhatnak, amelyek lehetnek pirosak, zöldek vagy kékek.**
2. **A kék illetve zöld golyók csak egy másik golyóhoz csatlakozhatnak, amely lehet piros, zöld vagy kék.**
3. **A szabályok betartásával lehet tetszőleges hosszúságú láncokat építeni, de a láncban egyetlen pálcika sem maradhat szabadon, tehát golyónak kell hozzá csatlakoznia.**

   Például: 3 piros, 2 zöld és 6 kék golyó esetén két lehetséges alakzat:



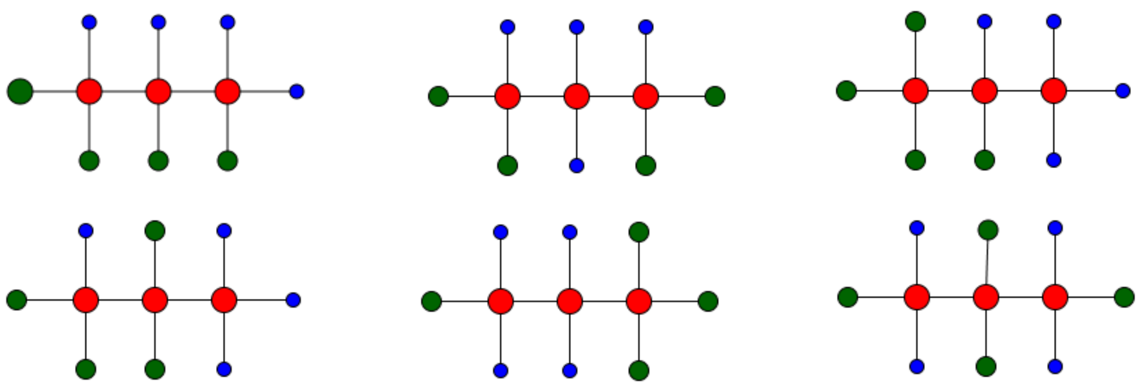
4. **Két alakzatot nem tekintünk különbözőnek, ha az alakzatokban szereplő piros golyók párba állíthatók úgy, hogy a szomszédaik azonosak a sorrendtől eltekintve.**

   Pl.: A fenti két szerkezet nem különbözik, mert mindkettőben két olyan piros golyó van, amelyhez 1 piros, 1 zöld és 2 kék kapcsolódik, valamint 1 olyan piros golyó van, amelyhez 2 piros és 2 kék kapcsolódik.

Feladat:

Rajzold le a négy szabálynak eleget tevő összes lehetséges szerkezetet, ha az építéshez 3 piros, 4 zöld és 4 kék golyót használhatsz!

Megoldás:



Minden megoldásért 2 pont jár. Hibás megoldás -1 pont. Az összpontszám nem lehet negatív.

Összesen: 12 pont

2. feladat: Az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 számok közül melyiket lehet elhagyni, hogy a megmaradók összege többszöröse legyen az elhagyott számnak. Válaszaid indokold!

Megoldás:

A kilenc szám összege 45. 1 *pont*

Ha páros számot hagynánk el, akkor páratlan lenne, ami nem osztható az elhagyott páros számmal. 3 *pont*

Ezért páros számot nem hagyhatunk el. 1 *pont*

Ha az 1-et hagyjuk el, akkor az összeg 44, ami osztható1-gyel. 1 *pont*

Ha az 3-at hagyjuk el, akkor az összeg 42, ami osztható3-mal. 1 *pont*

Ha az 5-öt hagyjuk el, akkor az összeg 40, ami osztható5-tel. 1 *pont*

Ha az 7-et hagyjuk el, akkor az összeg 38, ami nem osztható7-tel. 1 *pont*

Ha az 9-et hagyjuk el, akkor az összeg 36, ami osztható9-cel. 1 *pont*

Az 1; 3; 5 és a 9 számokat lehet elhagyni. 1 *pont*

Ha a páros számokat külön-külön vizsgálja, akkor a 3+1 pontot kapja meg.

Összesen: 11 pont

3. feladat: Sárkányországban a 13 fejű sárkánykirálynak és 7 fejű feleségének házasságkötésük óta minden évben született egy kis sárkányuk, aki annyi fejjel született, mint ahányadiknak született.

a) Legtöbb hány sárkánygyerek lehet a királyi családban, ha a legfiatalabbnak sincs több feje, mint a királynak, és a király gyermekeit el tudja küldeni a királyság három tartományába úgy, hogy minden tartományban ugyanannyi sárkányfej legyen?

b) A küldetés után hány főre kellett teríteni a királyi családnak vacsorára, ha a királyi család minden tagja ott volt a vacsorán?

Megoldás:

a) Ha a legfiatalabb sárkánynak 13 feje lenne, akkor a gyermekfejek száma összesen: 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13=91 3 *pont*

A 91 nem osztható 3-mal, így 13 gyerek nem lehet. 1 *pont*

12 gyerek esetén a fejek összege 78, ami osztható 3-mal, így ez lehet. 2 *pont*

Tehát a sárkány gyerekek legnagyobb száma12 lehet. 1 *pont*

A három tartomány mindegyikébe 78:3=26 sárkányfejnek kell lenni. 1 *pont*

Ez megvalósítható, pl.: 3+11+12; 7+9+10 és 1+2+4+5+6+8 fejű küldöttekkel. 2 *pont*

b) A szükséges terítékek száma: 78+7+13=98. 2 *pont*

Összesen: 12 pont

4. feladat: Hány olyan háromjegyű számot rakhatunk ki az alábbi számkártyák segítségével, melyekben a szomszédos számjegyek eltérése legfeljebb 2? Válaszod indokold! Írd le a számokat!

A számkártyák:

$\boxed{\mathbf{0}}$ $\boxed{\mathbf{1}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$

Megoldás:

A 0; 1; 2 számkártyák esetén a kirakható háromjegyű számok száma: 2·2=4, mert a 0 nem állhat a százas helyi értéken. Vagy: 102; 120; 210; 201. 2 *pont*

A 0; 2; 2 számkártyák esetén a kirakható háromjegyű számok száma: 1·2=2, mert a 0 nem állhat a százas helyi értéken. Vagy: 220; 202. 2 *pont*

A 0; 2; 4 számkártyák esetén a kirakható háromjegyű számok száma 1, a 420. 2 *pont*

Az 1; 2, 2 számkártyák esetén a kirakható háromjegyű számok száma: 3, mert az 1 három helyi értéken állhat. Vagy: 122; 212; 221. 1 *pont*

Az 1; 2; 4 számkártyák esetén a kirakható háromjegyű számok száma: 2: 124; 421. 1 *pont*

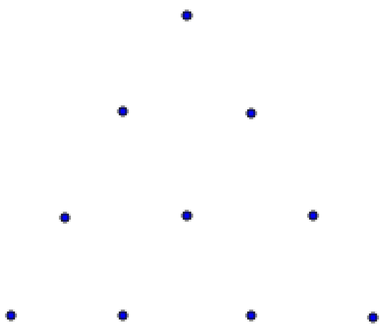
Az 2; 2; 4 számkártyák esetén a kirakható háromjegyű számok száma: 3, mert a 4 három helyi értéken állhat. Vagy: 422; 242; 224. 1 *pont*

A 0; 1; 4 számkártyák esetén nincs a feltételeknek megfelelő háromjegyű szám. 1 *pont*

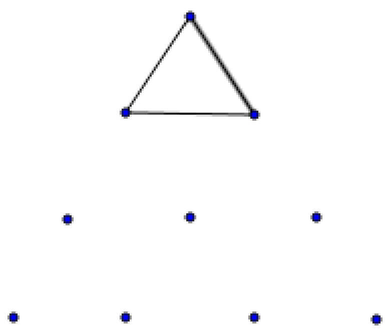
Tehát a feltételeknek megfelelő háromjegyű számok száma 15. 1 *pont*

Összesen: 11 pont

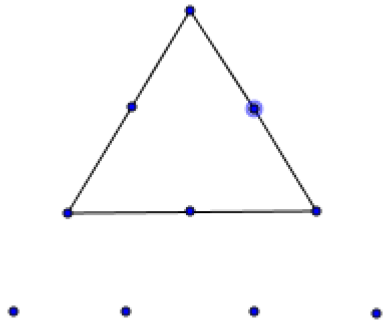
5. feladat: Hány szabályos háromszög látható az alábbi szabályos háromszögrácson, melynek csúcsai a háromszögrács rácspontjai? Válaszaid indokold!



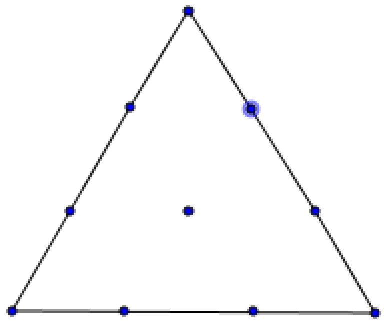
Megoldás:



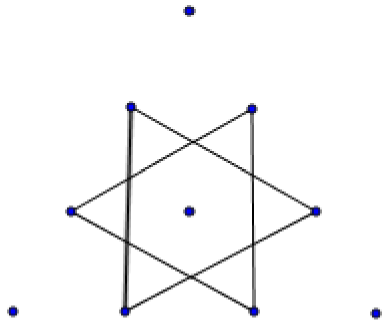
Ilyenből az első sorban 1, a másodikba 3 és a harmadikban 5 látható, ami 9 db. 3 *pont*



Ilyenből az első két sorban 1, a második-harmadikban 2, ami 3 db. 2 *pont*



Ilyenből 1 db. 1 *pont*



Ilyenből 2 db. 4 *pont*

Összesen 15 db szabályos háromszög látható a háromszögrácson. 1 *pont*

Összesen: 11 pont