**LICEUL TEORETIC “BOLYAI FARKAS”**
**ELMÉLETI LÍCEUM**
**TÎRGU MUREŞ MAROSVÁSÁRHELY**
**540064**
STR. BOLYAI NR.3
Telefon/Fax/0365-882749, 0365-882748
E-mail:bolyai@bolyai.ro

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

---

**ERDÉLYI MAGYAR MATEMATIKAVERSENY**
**Megyei szakasz**
**Marosvásárhely, 2016. december 17.**
**XII. osztály**

**1.feladat**

Adott az $E=\mathbf{R}\times\mathbf{R}$, bármely $t\in\mathbf{R}$ esetén tekintsük az

$f:E\to E,\ f_t(x,y)=\left(x+ty+\frac{t^2}{2},y+t\right),\forall(x,y)\in E$ függvényt .

a) Igazoljuk, hogy $f_t o f_u = f_{t+u}$ , $\forall t,u\in\mathbf{R}$ esetén, ahol "$o$" a függvények összetevése.

b) Igazoljuk, hogy a $G=\left\{f_t \mid t\in\boldsymbol{R}\right\}$ halmaz a függvények összetevésével kommutatív csoportot alkot.

**2.feladat**

a) Határozzuk meg a $h:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbf{R},\ h(x)=\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}$ függvény primitív függvényeinek a halmazát.

b) Határozzuk meg az $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbf{R}$ primitíválható függvényt tudva, hogy

$f(x)\cdot F\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x,\ \forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ és $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$,

ahol *F* egy primitív függvénye az *f* függvénynek.

**3.feladat**

Adott az *ABCD* négyzet, $E\in(AC)$, $m(CBE\sphericalangle)=30^0$ és *F* az *E* pont szimmetrikusa a *C* pontra nézve. Igazoljuk, hogy a *BDF* háromszög egyenlő oldalú.

**4.feladat**

Egy kör középpontjának mindkét koordinátája irracionális szám. Mutassuk ki, hogy nincs a körön három olyan pont, melyek mindegyik koordinátája racionális szám.

**Megjegyzések: Munkaidő 3 óra.**
**Minden feladat kötelező.**
**Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér, melyből 1 pont jár hivatalból.**