

# MEGOLDÁSOK

## Pontszerző Matematikaverseny 2016/2017 tanév

### 3. forduló

#### 1. feladat

Péter egy építőjátékot kapott ajándékba. A játékban piros és kék színű golyók vannak, amelyekhez mágneses pálcikákat rögzítettek.



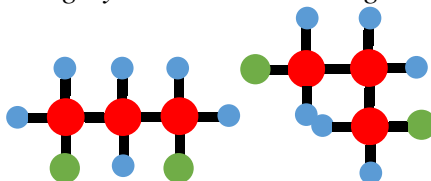
A golyókból alakzatokat lehet építeni a mágneses pálcikákkal összeillesztve őket. Születésnapjára kapott a játékhoz egy kiegészítő csomagot, amelyben zöld színű golyók voltak egy pálcikával.



A szabályok, amelyeket az építésnél be kell tartani:

1. A piros golyók négy másik golyóhoz csatlakozhatnak, amelyek lehetnek pirosak, zöldek vagy kék.
2. A kék illetve zöld golyók csak egy másik golyóhoz csatlakozhatnak, amely lehet piros, zöld vagy kék.
3. A szabályok betartásával lehet tetszőleges hosszúságú láncokat építeni, de a láncban egyetlen pálcika sem maradhat szabadon, tehát golyónak kell hozzá csatlakoznia.

*Például: 3 piros, 2 zöld és 6 kék golyó esetén két lehetséges alakzat:*



4. Két alakzatot nem tekintünk különbözőnek, ha az alakzatokban szereplő piros golyók párba állíthatók úgy, hogy a szomszédaik azonosak a sorrendtől eltekintve.

*Pl.: A fenti két szerkezet nem különbözik, mert mindkettőben két olyan piros golyó van, amelyhez 1 piros, 1 zöld és 2 kék kapcsolódik, valamint 1 olyan piros golyó van, amelyhez 2 piros és 2 kék kapcsolódik.*

A szerkezetekhez szükséges golyók számát meg tudjuk adni a következő **összeg formában**:

**P3K6Z2**

Ez azt jelenti, hogy 3 piros, 6 kék és 2 zöld golyó szükséges a megépítésükhöz.

**Feladatok:**

**Feladatok:**

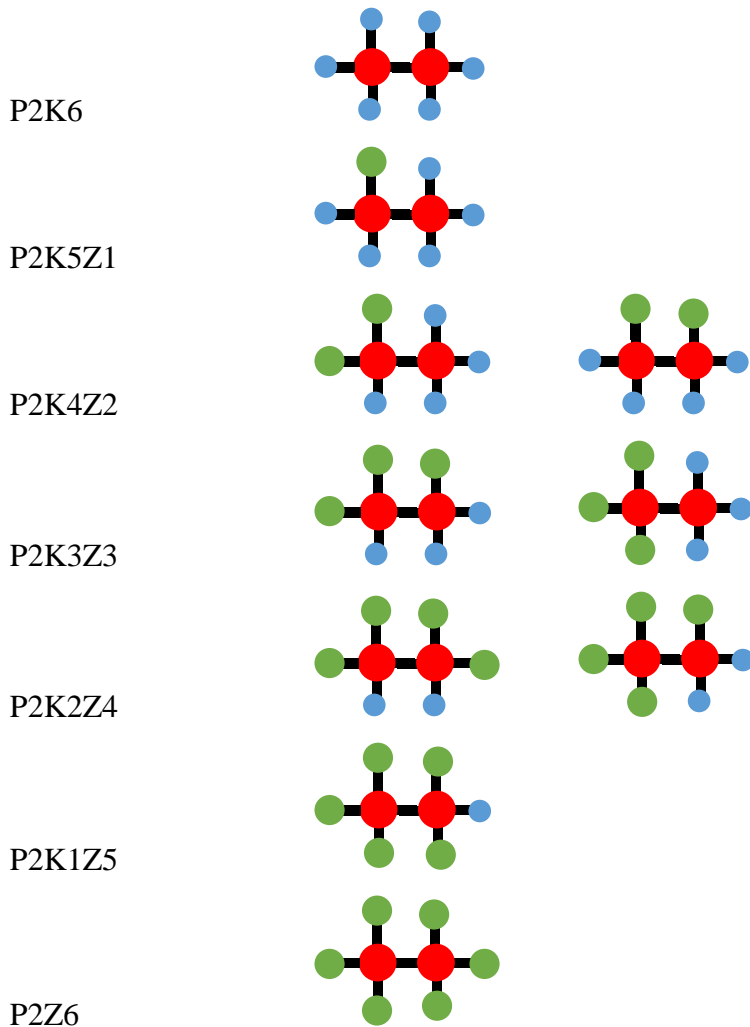
a) Rajzold le a négy szabálynak eleget tevő összes lehetséges szerkezetet, ha az építéshez 2 piros golyót használhatsz! A kék és zöld golyók számát tetszőlegesen meghatározhatod, de a négy szabályt be kell tartanod. Add meg a lehetséges összegformákat is!

b) Hány féle összegforma létezik, ha a piros golyók száma 10 és a kék valamint zöld golyók száma tetszőleges, de a négy feltételnek eleget kell tenniük? A válaszod indokold! (Nem kell lerajzolni a lehetséges szerkezeteket!)

**Megoldás:**

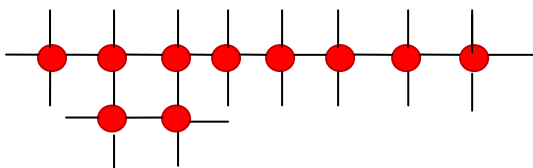
a) A lehetséges összegformák: P2K6; P2K5Z1; P2K4Z2; P2K3Z3; P2K2Z4; P2K1Z5; P2Z6

A szerkezetek:

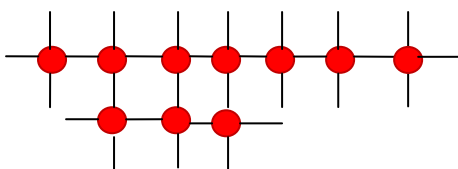


A piros golyókat két sorban is elhelyezhetjük a következőképpen:

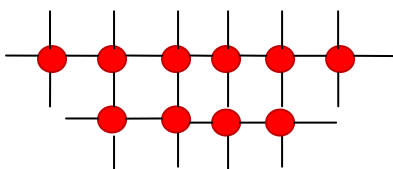
- 1. sorban 8 piros golyó, 2. sorban 2 piros golyó kapcsolódik hozzá. Így  $2 \times 3 + 6 \times 2 + 2 \times 1 = 6 + 12 + 2 = 20$  zöld vagy kék golyó kapcsolódhat hozzájuk, ez 21 összegformát jelent.



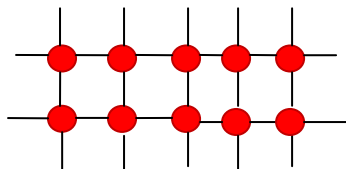
- 1. sorban 7 piros golyó, 2. sorban 3 piros golyó kapcsolódik hozzá. Így  $2 \times 3 + 4 \times 2 + 4 \times 1 = 6 + 8 + 4 = 18$  zöld vagy kék golyó kapcsolódhat hozzájuk, ez 19 összegforma.



- 1. sorban 6 piros golyó, 2. sorban 4 piros golyó kapcsolódik hozzá. Így  $2 \times 3 + 2 \times 2 + 6 \times 1 = 6 + 4 + 6 = 16$  zöld vagy kék golyó kapcsolódhat hozzájuk, ez 17 összegforma.



- Mindkét sorban 5 piros golyó, egymáshoz kapcsolódva. Így  $4 \times 2 + 6 \times 1 = 8 + 6 = 14$  zöld vagy kék golyó kapcsolódhat hozzájuk, ez 15 összegforma.



Több sorban való elhelyezés is a fenti számok egyikét adja a zöld-kék golyókat illetően.

Összesen:  $23 + 21 + 19 + 17 + 15 = 95$  összegforma

*Minden megoldásért 1 pont jár. Hibás megoldás -1 pont. Az összpontszám nem lehet negatív.*

**Összesen: 14 pont**

- b) A 10 piros golyóhoz összesen 22 kék vagy zöld golyó kapcsolódhat, függetlenül attól, hogy van-e elágazás a piros golyók láncában vagy lineáris láncá alakítható. 2 pont

Tehát a kék és zöld golyók számának összege 22. A 22-öt két természetes szám összegére kell felbontani, függetlenül a sorrendtől. 1 pont

Ez összesen 23 féleképpen történhet:  $0+22; 1+21; 2+20; \dots 21+1; 22+0$ . 1 pont

Ennek megfelelően az összeg formák: P10K22; P10K21Z1; P10K20Z2; ... P10K1Z21; P10Z22. 1 pont

**Összesen: 15 pont**

**2. feladat:** Adott a következő kilenc szám: 1354; 745; 666; 1213; 604; 525; 746; 137; 58.

Válassz a kilenc számból hármat úgy, hogy az összegük 2016 legyen! Keresd meg az összes megoldást!

**Megoldás:**

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 5 \ 4 \\ + \quad 5 \ 2 \ 5 \\ \hline 1 \ 8 \ 7 \ 9 \\ + \quad 1 \ 3 \ 7 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 5 \ 4 \\ + \quad 6 \ 0 \ 4 \\ \hline 1 \ 9 \ 5 \ 8 \\ + \quad \quad 5 \ 8 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 1 \ 3 \\ + \quad 7 \ 4 \ 5 \\ \hline 1 \ 9 \ 5 \ 8 \\ + \quad \quad 5 \ 8 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 1 \ 3 \\ + \quad 6 \ 6 \ 6 \\ \hline 1 \ 8 \ 7 \ 9 \\ + \quad 1 \ 3 \ 7 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 4 \ 6 \\ + \quad 7 \ 4 \ 5 \\ \hline 1 \ 4 \ 9 \ 1 \\ + \quad 5 \ 2 \ 5 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 4 \ 6 \\ + \quad 6 \ 6 \ 6 \\ \hline 1 \ 4 \ 1 \ 2 \\ + \quad 6 \ 0 \ 4 \\ \hline 2 \ 0 \ 1 \ 6 \end{array}$$

*Minden megoldásért 2 pont jár. Hibás megoldás -1 pont. Az összpontszám nem lehet negatív.*

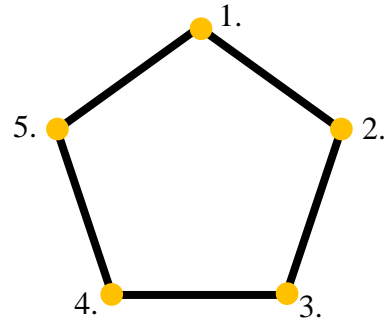
**Összesen: 12 pont**

**3. feladat:** Kati éppen karácsonyra készült és a fenyőfaizzókat rendezgette a padlón. Észrevette, hogy az izzók egy szabályos sokszög mentén helyezhetők el (az összekötő huzalok alkotják a sokszög oldalait és az izzók a csúcsok). Ha valamelyik izzót kicsavarta (egy kicsit), akkor az kialudt (nem világított tovább), de a többi továbbra is világított. Egy játékba kezdett. Az óramutató járásának megfelelően egy tetszőleges izzótól kezdve megszámozta őket 1-től kezdődően, majd kicsavarta az 1-es izzót, és inentől kezdve egyet égve hagyott, majd kicsavarta a következőt, amelyik még világított. Ezt ismételte az óramutató járásának megfelelően körkörösén addig, amíg csak egyetlen izzó maradt égve.

Pl.: 5 izzó esetén a következő sorrendben csavarta ki őket:

1. 3. 5. 4.

Utolsónak a 2. izzó maradt égve.



a) Hányas sorszámú izzó marad utoljára égve, ha fenti eljárást használjuk, az 1-es sorszámú az első, amit kicsavarunk és összesen 13 izzó van? Készíts rajzot a megoldás szemléltetéséhez!

b) Miután több különböző izzószám esetén is próbálkozott, Kati megállapított egy szabályt. Ha az izzók száma páratlan (legalább 5), akkor a 4-es izzó nem maradhat égve (a fenti eljárást alkalmazva, és az 1-es izzótól kezdve). Indokold meg, hogy miért igaz a Kati által megfogalmazott szabály! Készíthetsz rajzot is!

### Megoldás:

a) Az első körben kicsavarja az 1-es, 3-es, 5-ös, 7-es, 9-es, 11-es, 13-as izzókat. 1 pont  
 A második körben kicsavarja a 4-es, 8-as, 12-es izzókat. 1 pont  
 A harmadik körben kicsavarja a 6-os, és a 2-es izzókat. 1 pont  
 A 10-es sorszámú marad utoljára. 1 pont

b) Az első kör után a 2-es és a 4-es izzó biztosan égve marad, mivel az első körben a páratlan sorszámú izzókat csavarta ki. 3 pont  
 Az első kör végén az utolsó izzót ki kellett csavarnia, aminek a sorszáma páratlan szám. 3 pont  
 A következő kör első világító izzója a kettes sorszámú, amit égve kell hagynia, így a 4-es sorszámút fogja kicsavarni. 3 pont

**Összesen: 13 pont.**

**4. feladat:** Írd le azokat a négyjegyű pozitív egész számokat, melyek ugyanazokat a számjegyeket tartalmazzák, mint az idei évszám! Hány ilyen szám van?

### Megoldás:

1026; 1062; 1206; 1260; 1602; 1620,  
 2016; 2061; 2106; 2160; 2601; 2610,  
 6021; 6012; 6201; 6210; 6102; 6120.

Minden számhatosért 3 pont jár. Hibás megoldás -0,5 pont. Az összpontszám nem lehet negatív.

**Összesen: 9 pont**

**5. feladat:** Bontsd fel a 4×4-es négyzetet (lásd ábra) a rácsvonalak mentén különböző számú egységénégyzetből álló téglalapokra! (A négyzet is téglalap.) Minden téglalapba írd be az egységénégyzetek számát! Rajzold le az összes megoldást!


**Megoldás:**

	1	2	
1		3	

	9		
			4
1		2	

	6		
	3		4
1	2		

		8	
2		6	

		8	
		4	
1		3	

	1	2	
		4	

	9		3
		4	

1		3	
	2		
4		6	

*Minden megoldásért 2 pont jár. Hibás megoldás -1 pont. Az összpontszám nem lehet negatív.*

**Összesen: 16 pont**