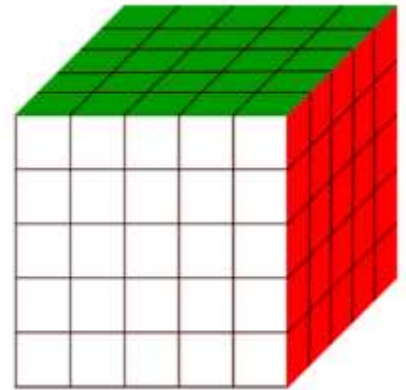




III. FORDULÓ MEGOLDÁSOK

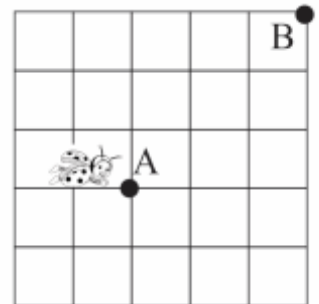
1. feladat

Egy 25 cm oldalélű kocka lapjait befestettük zöldre, pirosra és fehérre úgy, hogy a szemben fekvő lapok azonos színűek lettek, majd a kockát feldaraboltuk azonos méretű kis kockákra úgy, hogy minden éle mentén 5–5 darab kis kocka keletkezett.



- a) A kis kockák között hány olyan van, amelynek:
- van zöldre, pirosra és fehérre festet lapja is;
 - pontosan két lapja van befestve, az egyik zöldre, a másik pirosra;
 - pontosan egy lapja van befestve valamelyik színre.
- Írd le, hol vannak elhelyezkedve ezek a kis kockák!

- b) Pityu újra összerakta a nagy kockát. Ekkor vette észre, hogy az egyik fehérre festett oldallapra rárepült egy katicabogár (ezt a helyet A-val jelölte meg), majd elmászott a B ponttal jelölt csúcsba. Hány különböző úton juthatott el a bogárka A-ból B-be a feketével megrajzolt oldalakon a lehető legrövidebb útvonalon haladva? Válaszod indokold!



Megoldás:

- a) A nagy kocka sarkaiban találhatóak azok a kis kockák, amelyeknek egy piros, egy fehér és egy zöld lapjuk van. Ezekből a kis kockákból 8 darab van.

Azok a kis kockák, melyeknek pontosan két lapja van befestve - egyik zöldre, a másik meg pirosra - a nagy kocka zöld és piros lapjainak találkozásánál lévő él közepén vannak. A piros és zöld lapoknak 4 közös élük van. Egy ilyen élen 3 kis kocka van. Tehát $4 \times 3 = 12$ kis kockának van pontosan egy zöld és egy piros lapja.

Azok a kis kockák, amelyeknek csak egyik lapja van befestve, a nagy kocka lapjainak közepén találhatóak. A nagy kocka egyik lapján 9 ilyen kiskocka van.

Mivel a kockának 6 lapja van, ezért $6 \times 9 = 54$ kis kockának van pontosan egyik lapja lefestve.

1p: Azon kis kockák számának meghatározása, amelyeknek három lapja különböző színre van festve.

1p: indoklás

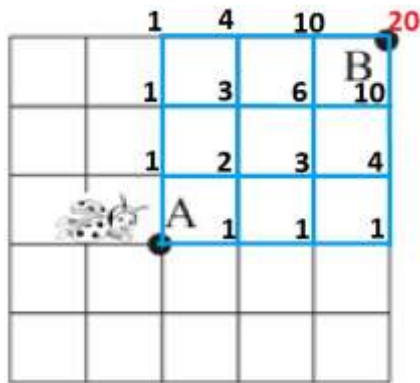
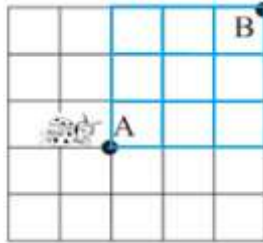
1p: Azon kis kockák számának meghatározása, amelyeknek pontosan két lapja van lefestve.

1p: indoklás

1p: Azon kis kockák számának meghatározása, amelyeknek csak egy lapja van lefestve.

1p: indoklás

b) Ahhoz, hogy a katicabogár a lehető legrövidebb útvonalon jusson el A pontból B-be a feketével megrajzolt oldalakon haladva, csak felfele vagy jobbra mászhat. Így minden egyes út azonos hosszúságú lesz, mindig 6. Az ábrán kézzel jelöltük a bogár által bejárt útvonalakat és beírtuk, hogy az illető csúcshoz hány különböző úton haladva juthat el a katicabogár. A csúcsokba beírt számok az illető csúcs alatt és a tőle balra eső csúcsban lévő számok összege.



Tehát a B pontba 20 különböző úton juthat el a bogárka.

1p: Ha megindokolja, hogy hol mehet a katicabogár ahhoz, hogy a legrövidebb úton jusson el a B pontba.

2p: Az utak számának meghatározása (0,1 pont/helyes útvonal).

Felelet: a) 8 kis kockának van egy fehér, egy zöld és egy piros lapja. 12 kis kockának van pontosan két lapja befestve, egyik zöldre, másik pedig pirosra. 54 kiskockának van csak egyetlen egy lapja befestve.
b) 20 különböző úton juthat el a bogárka az A pontból a B pontba.

2p: Helyes feleletek felírása. (1p minden alpontra)

Összpontszám: 11 pont

2. feladat

Zsófi egy számot ír a lapra, majd azt játssza, hogy a szám számjegyeinek összegét megszorozza 7-tel, és leírja az így kapott számot. Ennek a számnak is összeadja a számjegyeit, a kapott összeget szorozza 7-tel, és újra leírja a számot. Így folytatja tovább.

Például: Ha Zsófi elsőként a 74-es számot írja le, akkor a második szám $(7 + 4) \times 7 = 77$ lesz, a harmadik pedig $(7 + 7) \times 7 = 98$.

Zsófi először a 2023-as számot írta a lapra.

- Írd le a Zsófi által leírt első tíz számot! Írd le hogyan gondolkodtál!
- Számold ki a Zsófi által leírt első 25 szám összegét!

Megoldás:

<p>a) $2023 \rightarrow (2 + 0 + 2 + 3) \times 7 = 7 \times 7 = 49$ $49 \rightarrow (4 + 9) \times 7 = 91$ $91 \rightarrow (9 + 1) \times 7 = 70$ $70 \rightarrow (7 + 0) \times 7 = 49$ $49 \rightarrow (4 + 9) \times 7 = 91$ $91 \rightarrow (9 + 1) \times 7 = 70$</p> <p>Észrevehető, hogy a Zsófi által leírt számok ismétlődnek a második számtól kezdve. Zsófi a következő számokat írta le: 2023, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70.</p>	<p>0,3p: Egy-egy szám leírása. 10x0,3=3p</p> <p>0,3p: Egy-egy szám leírásának indoklása (a művelet sor felírása, vagy szöveges magyarázat). 10x0,3=3p</p>
<p>b) A Zsófi által leírt számok: 2023, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70. Észrevehető, hogy a 49, 91, 70 számok a második számtól kezdve ismétlődnek. Így csak azt kell meghatározni, hogy hányszor ismétlődnek, illetve hogy ezután még hány számot kell leírnia Zsófinak.</p> <p>$25 - 1 = 24$ számot kell leírjon a második számtól kezdve. $24 : 3 = 8$ A hányados megmutatja, hogy a 49, 91, 70 számok nyolcszor ismétlődnek, mivel nincs maradék ezért a 25. szám a 70-es. Zsófi összeadja az első 25 számot, vagyis: $2023 + (49 + 91 + 70) \times 8 =$ $= 2023 + 8 \times 210 =$ $= 2023 + 1680 = 3703.$ Tehát a Zsófi által leírt első 25 szám összege 3703.</p>	<p>2p: Az első 25 szám helyes meghatározása és az indoklás.</p> <p>1p: Az összeg helyes felírása. 1p: Az összeg helyes kiszámolása.</p>
<p>Felelet: a) A Zsófi által leírt első tíz szám: 2023, 49, 91, 70, 49, 91, 70, 49, 91, 70. b) A Zsófi által leírt első 25 szám összege 3703.</p>	<p>2p: A helyes feleletek felírása. (1-1p minden helyes feleletre)</p>
<p>Összpontszám: 12 pont</p>	

3. feladat

Testnevelésórán a gyerekek négyesével állnak rajthoz, hogy összemérjék, ki a leggyorsabb szaladó az osztályban.

Hányféleképpen érhetett célba Misi, Pali, Ede és Zoli, ha tudjuk, hogy nem volt holtverseny, és Zoli nem előzte meg Edét?

Írd le, hogyan gondolkodtál!

Megoldás:

Mivel Zoli nem előzte meg Edét, így Zoli mindig Ede után ért célba. A célba érési sorrendeket táblázatba foglaltuk:	1p: Ha felírja, hogy Ede mindig Zoli előtt ér célba. 6p: A helyes lehetőségek meghatározása, felsorolása. (0,5p/lehetőség)																																																				
<table border="1"><thead><tr><th>1.hely</th><th>2.hely</th><th>3.hely</th><th>4.hely</th></tr></thead><tbody><tr><td>Misi</td><td>Pali</td><td>Ede</td><td>Zoli</td></tr><tr><td>Misi</td><td>Ede</td><td>Pali</td><td>Zoli</td></tr><tr><td>Misi</td><td>Ede</td><td>Zoli</td><td>Pali</td></tr><tr><td>Pali</td><td>Misi</td><td>Ede</td><td>Zoli</td></tr><tr><td>Pali</td><td>Ede</td><td>Misi</td><td>Zoli</td></tr><tr><td>Pali</td><td>Ede</td><td>Zoli</td><td>Misi</td></tr><tr><td>Ede</td><td>Misi</td><td>Pali</td><td>Zoli</td></tr><tr><td>Ede</td><td>Misi</td><td>Zoli</td><td>Pali</td></tr><tr><td>Ede</td><td>Pali</td><td>Misi</td><td>Zoli</td></tr><tr><td>Ede</td><td>Pali</td><td>Zoli</td><td>Misi</td></tr><tr><td>Ede</td><td>Zoli</td><td>Misi</td><td>Pali</td></tr><tr><td>Ede</td><td>Zoli</td><td>Pali</td><td>Misi</td></tr></tbody></table>	1.hely	2.hely	3.hely	4.hely	Misi	Pali	Ede	Zoli	Misi	Ede	Pali	Zoli	Misi	Ede	Zoli	Pali	Pali	Misi	Ede	Zoli	Pali	Ede	Misi	Zoli	Pali	Ede	Zoli	Misi	Ede	Misi	Pali	Zoli	Ede	Misi	Zoli	Pali	Ede	Pali	Misi	Zoli	Ede	Pali	Zoli	Misi	Ede	Zoli	Misi	Pali	Ede	Zoli	Pali	Misi	
1.hely	2.hely	3.hely	4.hely																																																		
Misi	Pali	Ede	Zoli																																																		
Misi	Ede	Pali	Zoli																																																		
Misi	Ede	Zoli	Pali																																																		
Pali	Misi	Ede	Zoli																																																		
Pali	Ede	Misi	Zoli																																																		
Pali	Ede	Zoli	Misi																																																		
Ede	Misi	Pali	Zoli																																																		
Ede	Misi	Zoli	Pali																																																		
Ede	Pali	Misi	Zoli																																																		
Ede	Pali	Zoli	Misi																																																		
Ede	Zoli	Misi	Pali																																																		
Ede	Zoli	Pali	Misi																																																		
Felelet: A gyerekek 12 féleképpen érhettek célba a feladat adatai szerint.	1p: A helyes felelet felírása.																																																				
Összpontszám: 8 pont																																																					

4. feladat

Nagyapa három unokája - András, Márton és Zalán - halászni volt. Nagyapa megkérdezte, ki hány halat fogott. Az unokák a következőket válaszolták:

András: Marcival ketten kétszer több halat fogtunk, mint Zalán.

Marci: Az általam kifogott halak száma éppen az András által kifogott halak számának a harmad része.

Zalán: Én három hallal többet fogtam ki, mint Márton.

Ki hány halat fogott? Írd le hogyan gondolkodtál!

Megoldás:

<p>A gyerekek által kifogott halak számát ábrázoljuk:</p> <p>Marci: ——— </p> <p>András: ——— ——— ——— </p> <p>Zalán: ——— ——— ³</p> <p>András + Marci: ——— ——— ——— ——— Marci András</p> <p>András háromszor annyi halat fogott, mint Marci. Mivel Marci és András együtt kétszer annyi halat fogtak, mint Zalán, ezért a Marci által fogott halak számának négyszerese kétszer annyi, mint a Zalán által fogott halak száma. Vagyis a Zalán által fogott halak száma kétszer annyi, mint a Marci által fogott halak száma. Zalán három hallal fogott többet, mint Marci. Tehát Marci 3 halat fogott. Zalán $3 + 3 = 6$ halat fogott. András $3 \times 3 = 9$ halat fogott.</p>	<p>3p: A helyes ábra elkészítése.</p> <p>4p: A kifogott halak száma közötti összefüggések meghatározása. (4x1p)</p> <p>3p: A gyerekek által kifogott halak számának meghatározása. (3x1p)</p>
<p>Felelet: Marci 3 halat, Zalán 6 halat, András 9 halat fogott.</p>	<p>1p: A helyes felelet felírása.</p>
<p>Összpontszám: 11p</p>	

5. feladat

Egy utca négy egymás melletti házában négy jóbarát lakik, mindenkinek más-más a kedvenc háziállata, különböző hangszeren játszanak, és más-más sportot űznek.

- Az úszó fuvolán játszik.
- A zongorista nem szereti sem a focit, sem a kézilabdát.
- Eszter nem szereti a focit, inkább hegedűn gyakorol.
- Tamás nagyon szeret gitározni, és allergiás a macskákra.
- Anna úgy úszik, mint a halacskája.
- Botond nem kézilabdázik.
- A papagáj gyakran utánozza a gazdája zongorajátékát.

Ki a kutya gazdája? Ki focizik? Milyen hangszeren játszik a biciklis?

Megoldás:

Előnyös a megoldáshoz táblázatot használni, majd kijelentésről kijelentésre haladva bejegyezni az információkat.

Gyerekek nevei	Eszter	Tamás	Anna	Botond
Kedvenc háziállat	macska	kutya	hal	papagáj
Kedvenc sport	kézilabda	foci	úszás	bicikli
Kedvenc hangszer	hegedű	gitár	fuvola	zongora

1. Eszter nem szereti a focit, inkább hegedűn gyakorol. Tehát Eszter kedvenc hangszere a hegedű és nem focizik.
2. Tamás nagyon szeret gitározni és allergiás a macskákra. Tamás kedvenc hangszere a gitár és nem tart macskát.
- 3-4. Anna úgy úszik, mint a halacskája. Anna kedvenc sportága az úszás, kedvenc állata a hal.
5. Az úszó fuvolán játszik. Tehát Anna fuvolán játszik.
6. Az előzőek alapján a zongorista nem lehet más csak Botond.
7. A papagáj gyakran utánozza a gazdája zongorajátékát. Tehát Botondnak a papagáj a kedvenc háziállata.
8. Tamás allergiás a macskákra és nem tart halat, sem papagájt. Tehát Tamásnak kutyája van.
9. Így Eszternek macskája van.
10. Mivel a zongorista nem szereti sem a focit, sem a kézilabdát, Anna pedig úszik, következik, hogy Botond biciklizik.
11. Eszter nem szereti a focit, vagyis ő kézilabdázik.
12. Az előzőek alapján Tamás focizik.

9,6 p.: Minden helyes megfejtés 0,8 pontot ér.
 $0,8 \times 12 = 9,6p$

Felelet: A kutya gazdája Tamás és ugyancsak ő focizik.
A biciklit kedvelő gyerek Botond, aki zongorán játszik.

1,4p: Helyes felelet

Összpontszám:11 pont

Megjegyzés:

- Minden, a fentiekől eltérő, helyes megoldás maximális pontszámot ér.
- Több, elvileg különböző és hibátlan megoldás esetén a második megoldástól a pontszám fele kapható!