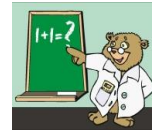




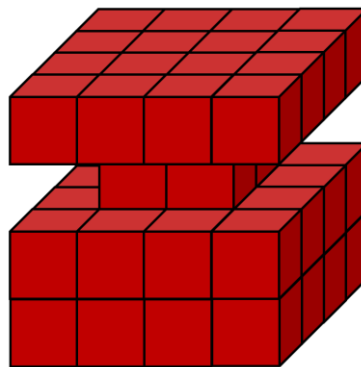
XVII. BRENYÓ MIHÁLY PONTSZERZŐ MATEMATIKAVEVERSENY
 Országos döntő - 2019



Országos döntő - 4. osztály
MEGOLDÁSOK

1. feladat:

Összeragasztottunk 64 db fehér színű kiskockát úgy, hogy egy kockát kapjunk eredményül, majd kivettünk a testből 12 db kiskockát. (Lásd ábra.) A kocka minden látható lapját befestettük pirosra (az alsó lapokat is).

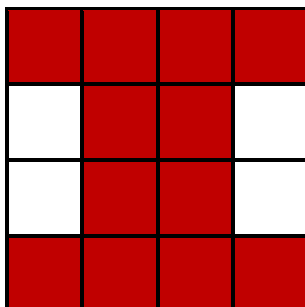
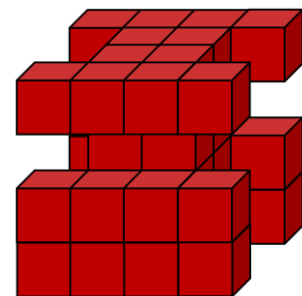


a) Ha szétszednénk a kockát ismét kiskockákra, akkor mennyi lenne olyan, amelynek 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 lapja piros? Töltsd ki a táblázatot!

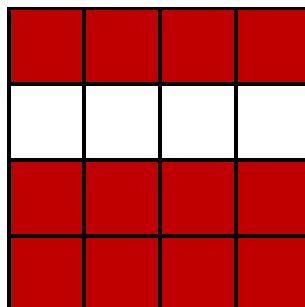
0 lapja piros	1 lapja piros	2 lapja piros	3 lapja piros	4 lapja piros	5 lapja piros	6 lapja piros

b) Az a) feladatnál szereplő testből kiemeltünk további 12 db kiskockát az ábrának megfelelően, szimmetrikusan. A láthatóvá vált fehér színű lapokat ismét pirosra festettük.

A nem látható oldalak lenyomatai közül az alsó és a hátsó lap a következő két ábrán látszik.



Alsó lap



Hátsó lap

1. Rajzold meg az bal oldali lap lenyomatát!

2. Ha szétszednénk a testet kiskockákra, akkor mennyi lenne olyan, amelynek 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 lapja piros? Töltsd ki a táblázatot!

0 lapja piros	1 lapja piros	2 lapja piros	3 lapja piros	4 lapja piros	5 lapja piros	6 lapja piros

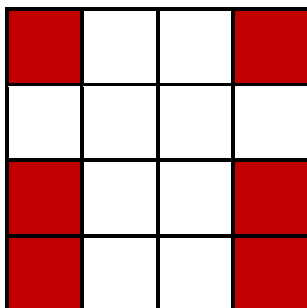
Megoldás

a)

0 lapja piros	1 lapja piros	2 lapja piros	3 lapja piros	4 lapja piros	5 lapja piros	6 lapja piros
4	8	20	16	4	0	0

b)

1.



Bal oldali lap

Minden jó fehér négyzet 0,5 pont, maximum 5 pont.

2.

0 lapja piros	1 lapja piros	2 lapja piros	3 lapja piros	4 lapja piros	5 lapja piros	6 lapja piros
0	4	20	4	8	4	0

Minden jó megoldás 0,5 pont az a) részben. A b) részben minden jó megoldás 0,5 pont

Maximum 7 pont.

Összesen: 12 pont

2. feladat: A 2019 olyan négyjegyű pozitív egész szám, amelynek az első két számjegyéből álló kétjegyű szám olyan páros szám, amely 1-gyel nagyobb, mint az utolsó két számjegyéből álló kétjegyű szám.

a) Hány ilyen négyjegyű pozitív egész szám van? Válaszodat indokold!

b) Számítsd ki az ilyen tulajdonságú legnagyobb és legkisebb négyjegyű szám különbségét!

Megoldás:

a) Mivel az első két számjegyéből alkotott kétjegyű szám páros, ezért kettő többszöröse. 3 pont.

Az első ilyen (legkisebb) kétjegyű páros szám: $2 \cdot 5 = 10$, de ekkor a nála 1-gyel kisebb szám a 9, ami nem kétjegyű. 1 pont.

Így az első két számjegy: $2 \cdot 6 = 12$, $2 \cdot 7 = 14, \dots, 2 \cdot 49 = 98$. 3 pont.

Így a kívánt tulajdonságú négyjegyű számok száma: $49 - 5 = 44$. 2 pont.

b) A legnagyobb ilyen szám a 9897, a legkisebb az 1211, melyek különbsége 8686. 2 pont.

Összesen: 11 pont

3. feladat: Tegyél műveleti jeleket a számjegyek közé úgy, hogy az eredmény 17 legyen! Zárójeleket ne használj! Egy-egy számsorhoz legfeljebb két műveletsort adj meg!

$$17 = 6 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4$$

$$17 = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 1$$

$$17 = 7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 1$$

$$17 = 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 2$$

$$17 = 7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$$

Megoldás:

$$17 = 6 \cdot 7 - 5 - 5 \cdot 4 = 6 + 7 + 5 : 5 \cdot 4$$

$$17 = 9 \cdot 9 - 8 \cdot 8 \cdot 1 = 9 + 9 - 8 + 8 - 1$$

$$17 = 7 + 7 + 8 - 4 - 1 = 7 \cdot 7 - 8 \cdot 4 \cdot 1$$

$$17 = 6 + 5 - 5 + 9 + 2 = 6 \cdot 5 + 5 - 9 \cdot 2$$

$$17 = 7 + 4 + 5 + 3 : 3 = 7 \cdot 4 - 5 - 3 - 3$$

$$17 = 6+7 + 5 - 5 + 4 = 9 - 9 + 8 + 8 + 1 = 7 - 4 + 5 + 3 \cdot 3$$

Jó megoldásonként 1 pont, rossz megoldás -1 pont (összpont negatív nem lehet).

Összesen: 10 pont

- 4. feladat:** Készíts 4×4-es bűvös négyzetet az első 16 pozitív egész szám felhasználásával úgy, hogy minden négyzetbe pontosan egy kerüljön a 16 szám közül, és a négyzet minden sorában, oszlopában és két átlójában lévő számok összege ugyanannyi legyen. Segítségül néhány számot beírtunk a bűvös négyzet táblázatába (lásd ábra). Keresd meg az összes megoldást! Válaszaid számításával indokold!

13		16	
	12		9
	15		14
		11	

Megoldás:

A bűvös négyzetben szereplő számok összege:

$$1 + 2 + \dots + 15 + 16 = (1 + 16) \cdot 16 : 2 = 136. \text{ (Gauss-összeg).}$$

2 pont.

Így a bűvös négyzet minden sorában, oszlopában és átlójában a számok összege $136:4 = 34$.

2 pont.

A bűvös négyzet első sorának hiányzó elemeit jelölje x é y . Így $13 + x + 16 + y = 34$, ahonnan $x+y=5$.

1 pont.

13	x	16	y
	12		9
	15		14
		11	

Mivel $5 = 1+4=2+3$, ezért x, y értéke négyféle lehet.

2 pont.

1. eset:

$x=1, y=4$. Kitölthető.

2 pont.

13	1	16	4
8	12	5	9
3	15	2	14
10	6	11	7

2. eset:

$x=4, y=1$. Nem kitölthető.

2 pont.

13	4	16	1
	12		9
	15		14
10	3	11	10

3. eset:

$x=2, y=3$. Kitölthető.

2 pont.

13	2	16	3
7	12	6	9
4	15	1	14
10	5	11	8

4. eset:

$x=4, y=1$. Nem kitölthető.

2 pont.

13	3	16	2
	12		9
	15		14
		11	9

5. feladat:

Sherlock a nyomozó

A következő játékban adott információk alapján kell logikus gondolkodással kideríteni, hogy egy táblázat mezőibe hová mit kell beírni.

Egy képzeletbeli város egy utcájában négy ház van egymás mellett. Az utca végén álló háznak csak egy szomszédja van, míg a többi háznak kettő. Minden háznak más lakó lakik. A neveik: **Aladár, Béla, Cili, Dani**. Minden háznak más színe van: **piros, kék, zöld, sárga**. A házakat furcsán számozták, ami azt jelenti, hogy nem feltétlenül sorban, de minden háznak van egy száma: **1, 2, 3, 4**. Minden háznak lakó személynek van kedvenc gyümölcse, ami azt jelenti, hogy más gyümölcsöt nem is szeret, csak a kedvencét. Ezek a gyümölcsök: **alma, körte, narancs, banán**.

A megadott információk alapján ki kell találnod, hogy ki hol, melyik számú és színű házban lakik és mi a kedvenc gyümölcse. A válaszokat egy táblázatba írva tudod megadni. A banánt szerető lakó házának helyét előre megadtuk.

Töltsd ki az információk alapján a táblázatot!

Lakók neve:				
Házak színe:				
Házsám:				
Kedvenc gyümölcs:		banán		

Információk:

- A banánt kedvelő lakó mellett nem páros számú ház van.
- A kék ház szomszédjai a piros és sárga házak.
- A körtét szerető lakó szomszédja a 3-as számú ház.
- A narancsot kedvelő lakó szomszédjának házszáma a 2.
- A piros színű ház melletti lakó nem szereti az almát.
- A zöld ház száma az 1.
- Aladárnak egy szomszédja van.
- Béla és Dani egymás mellett lakik.
- Béla házának száma páros.
- Cili házának száma nagyobb, mint Béla házáé.
- Cili nem az 1-es számú házban lakik.
- Dani kék házban lakik.
- Dani nem szereti a banánt.

Megoldás:

Lakók neve:	Aladár	Béla	Dani	Cili
Házak színe:	zöld	sárga	kék	piros
Házsám:	1	2	3	4
Kedvenc gyümölcs:	alma	banán	narancs	körte

Pontozás: Minden jó mezőre 1 pont jár, összesen 15 pont.

Összesen: 15 pont