

MEGOLDÁSOK
Pontszerző Matematikaverseny 2020/2021 tanév
I. forduló

1. feladat:

Islandia szigetvilágában hajókkal szállítják a rakományt a szigetek között. (Lásd ábra.) Az A nevű szigetről kell elszállítani a rakományt a D nevű szigetre (kezdetben csak az A jelű szigeten van áru). Minden hajó csak megadott mennyiségű árut szállíthat és csak egyetlen utat tehet meg, az ábrán nyíllal jelölt irányban. A rakomány mennyiségét és a hajóutat az ábra is jelöli.

Pl.: A képen látható hajó a C és B sziget között közlekedik (C-ből megy B-be) és legfeljebb 6 tonna árut képes szállítani. A hajóútak irányát az ábrára rajzolt nyilak is szemléltetik. A hajó nem haladhat a nyíllal ellentétes irányba.



Az A szigeten 40 tonna elszállítandó áru van. A cél az, hogy a D szigetre minél több áru eljusson, viszont az az áru, amit nem tudnak a hajók elszállítani az A szigeten kell, hogy maradjanak.

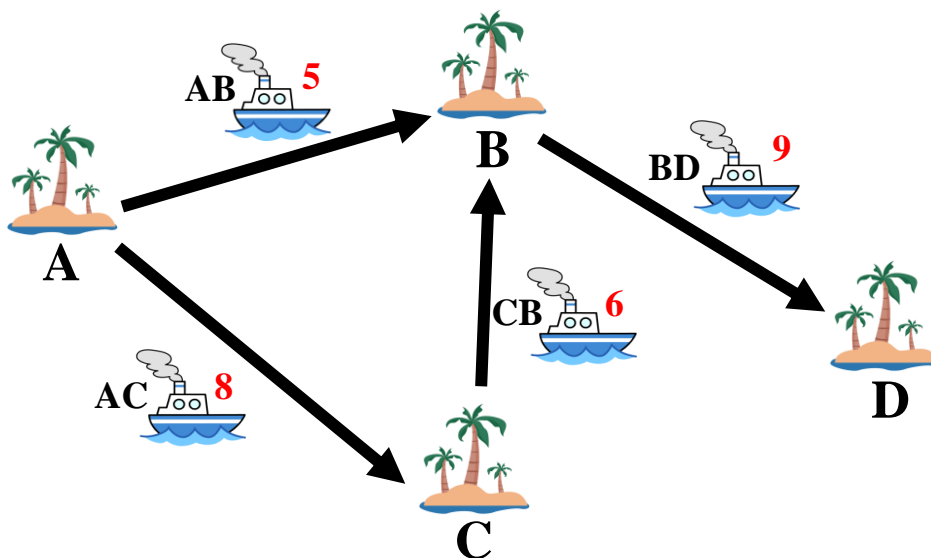
A szállítási útvonalakat és mennyiségeket kell a megoldás során megadni.

Például az alábbi ábrán a következő szállítási útvonalakkal lehet a legtöbb árut elszállítani:

1. szállítás: A-ból B-be 5 tonna (B-ben 5 tonna áru lesz, A-ban 35 tonna maradt)
2. szállítás: A-ból C-be 4 tonna (C-ben 4 tonna áru lesz, A-ban 31 tonna maradt)
3. szállítás: C-ből B-be 4 tonna (B-ben 9 tonna áru lesz)
4. szállítás: B-ből D-be 9 tonna (D-be 9 tonna áru érkezett)

Így a szállítások végén B-ben és C-ben nincs áru. Az A-ban a kezdeti 40 tonnából 31 tonna maradt és D-be 9 tonna áru érkezett.

A szállítások közül néhány sorrendje felserélhető. (Például az 1. és 2.)

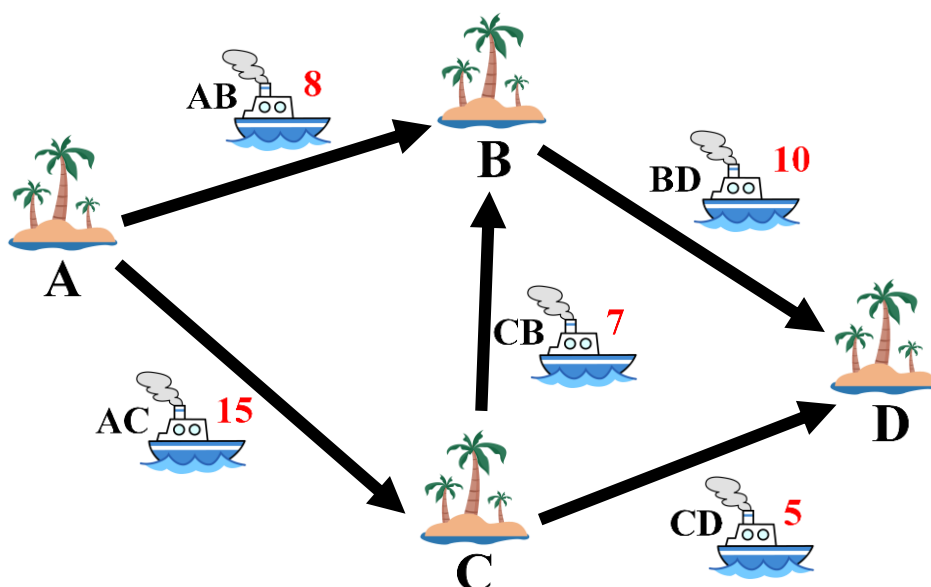


A feladat, hogy az alábbi térképnek és fenti szabályoknak megfelelően a lehető legtöbb árut szállítsd el A-ból D-be úgy, hogy a szállítás végén C-ben és B-ben ne legyen áru.

- a) Add meg a fenti példának megfelelően a szállítási útvonalakat és a szállított mennyiségeket!
- b) Mennyi áru lesz a szállítás végén D-ben?
- c) Mennyi áru maradt a szállítás végén A-ban?

Kezdetben az A szigeten 40 tonna áru van.

A térkép:



Megoldás:

Például egy lehetséges megoldás:

a) (Egyes szállítások sorrendje felcserélhető.)

1. szállítás: A-ból B-be 8 tonna (B-ben 8 tonna lesz, A-ban 32 tonna maradt)
2. szállítás: A-ból C-be 7 tonna (C-ben 7 tonna lesz, A-ban 25 tonna maradt)
3. szállítás: C-ből B-be 2 tonna (B-ben 10 tonna lesz, C-ben 5 tonna maradt)
4. szállítás: B-ből D-be 10 tonna (D-ben 10 tonna lesz, B-ben nem maradt áru)
5. szállítás: C-ből D-be 5 tonna (D-ben 15 tonna lesz, C-ben nem maradt áru)

Minden jó megoldás 2 pont. Maximum 10 pont.

b) 15 tonna

1 pont

c) 25 tonna

1 pont

Összesen: 12 pont

2. feladat:

Az a számot a b szám osztójának nevezzük, ha a b szám maradék nélkül elosztható az a számmal.

Például: a 4 osztója a 8-nak, mert $8:4=2$ és nincs maradék.

Egy számot **tökéletes számnak** nevezünk, ha a számnál kisebb összes osztójának az összege egyenlő a számmal.

Például: a 6 tökéletes szám, mert a 6 osztói: 1, 2, 3 és 6. Ezek közül a számnál (6-nál) kisebb osztók: 1, 2, 3. Ezek összege: $1+2+3=6$. tehát éppen a számmal egyenlő.

Egy számot **bőséges számnak** nevezünk, ha a számnál kisebb osztóinak összege nagyobb, mint a szám.

Például: a 36 bőséges szám, mert a 36-nál kisebb osztói: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18. Ezek összege: $1+2+3+4+6+9+12+18=55$.

Egy számot **hiányos számnak** nevezünk, ha a számnál kisebb osztóinak összege kisebb, mint a szám.

Például: a 8 hiányos szám, mert a 8-nál kisebb osztói: 1, 2, 4. Ezek összege: $1+2+4=7$.

Döntsd el az alábbi számokról, hogy melyik kategóriába tartoznak! (tökéletes szám, bőséges szám, hiányos szám) Írd le számolás részleteit is!

- a) 26 b) 28 c) 30 d) 32

Megoldás:

a) **hiányos szám**

A 26 kisebb osztói: 1, 2, 13.

A 26-nál kisebb osztók összege: $1+2+13=16$

b) **tökéletes szám**

A 28 kisebb osztói: 1, 2, 4, 7, 14.

A 28-nál kisebb osztók összege: $1+2+4+7+14=28$

c) **bőséges szám**

A 30 kisebb osztói: 1, 2, 3, 10, 15.

A 30-nál kisebb osztók összege: $1+2+3+10+15=31$

d) **hiányos szám**

A 32 kisebb osztói: 1, 2, 4, 8, 16.

A 32-nél kisebb osztók összege: $1+2+4+8+16=31$

Pontozás: Minden jó besorolás 1 pont, jó indoklás 1 pont. maximum 8 pont.

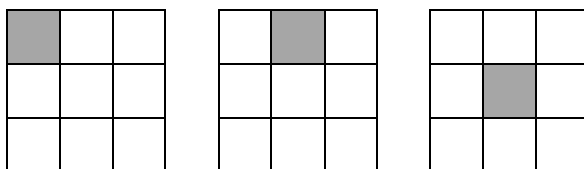
Összesen: 8 pont

3. feladat:

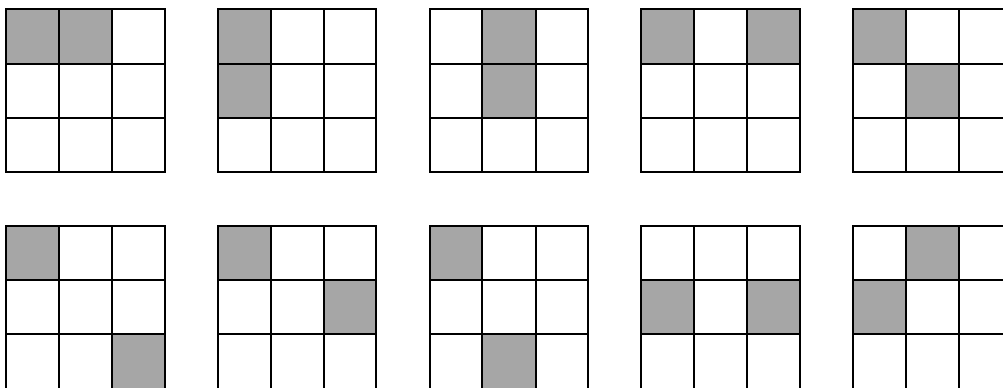
Kilenc, egységnyi oldalú fehér négyzetből egy 3×3 -as négyzetet készítünk. Hányféleképpen színezhjük pirosra egy, illetve két kis négyzetét a 3×3 -as négyzetnek, ha nem teszünk különbséget azok között a színezések között, melyek a nagy négyzet elforgatásával egymásból megkaphatók?

Megoldás:

a) Ha egy négyzetet színezzük pirosra. A megoldásokat az alábbi ábrák tartalmazzák:



b) Ha két négyzetet színezzük pirosra. A megoldásokat az alábbi ábrák tartalmazzák:



Megoldásonként 1-1 pont, ha hibás megoldások is megjelennek, akkor maximum 12 pontot kaphat.

Összesen: 13 pont

4. feladat:

Az 1, 2, 3 és 4 számok mindegyikének felhasználásával állítsd elő 1-től 20-ig a pozitív egész számokat! Használhatsz műveleti jeleket, alkothatsz kétjegyű számokat, de zárójeleket ne használj! Egy előállításban minden számjegy pontosan egyszer szerepeljen.

Megoldás:

$$1 = 3 + 2 - 1 * 4$$

$$2 = 4 - 3 + 2 - 1$$

$$3 = 4 + 2 - 1 * 3$$

$$4 = 4 - 2 + 3 - 1$$

$$5 = 4 + 3 - 1 * 2$$

$$6 = 4 + 3 + 1 - 2$$

$$7 = 32 : 4 - 1$$

$$8 = 12 : 3 + 4$$

$$9 = 4 + 3 + 2 * 1$$

$$10 = 14 : 2 + 3$$

$$11 = 21 : 3 + 4$$

$$12 = 14 + 1 - 3$$

$$13 = 4 * 3 + 2 - 1$$

$$14 = 4 * 3 + 2 * 1$$

$$15 = 13 + 4 : 2$$

$$16 = 34 : 2 - 1$$

$$17 = 34 : 2 * 1$$

$$18 = 34 : 2 + 1$$

$$19 = 13 + 4 + 2$$

$$20 = 14 + 3 * 2$$

Minden jó megoldás 0,5 pont. Maximum 10 pont.

Összesen: 10 pont

5. feladat:

Hányféleképpen olvasható ki a 2020 évszám az alábbi ábrából, ha bármely 2-es számjegyből indulhatunk és az oldalszomszédos mezők bármelyikére léphetünk?

2 0 2 0
0 2 0
2 0
0

Megoldás:

A lényegesen különböző lehetőségek alapján az egyes esetektől eltekintve a következő lehetőségek vannak:

1. A kiolvasás ugyanazt a 2-es és 0-ás számjegyet tartalmazza (12 lehetőség).
2. A kiolvasás ugyanazt a 2-es és 2 db 0-ás számjegyet tartalmaz (26 lehetőség).
3. A kiolvasás 2 db 2-est és ugyanazt a 0-ás számjegyet tartalmazza (16 lehetőség).
4. A kiolvasás 2 db 2-est és 2 db 0-ás számjegyet tartalmazza négy különböző alakzatra (30 lehetőség).

Összesen 84 lehetőség.

Pontozás: 0,25 minden jó megoldásra