



I. FORDULÓ

MEGOLDÁSOK

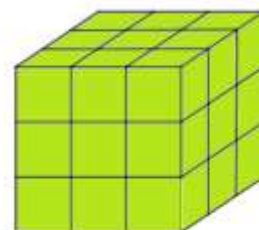
1. feladat

1. Egy 9 cm oldalélű kocka minden oldalát befestettük zöldre, majd a kockát feldaraboltuk 27 azonos méretű kis kockára, így minden éle mentén 3-3 darab kiskocka keletkezett.

a) A kiskockák között hány olyan van, amelynek:

- pontosan három lapja lesz lefestve;
- pontosan két lapja lesz lefestve;
- pontosan egy lapja lesz lefestve.

Írd le, hol vannak elhelyezve a kért kis kockák!



b) Pityu újra összerakta a nagy kockát és a felszínén levő kis négyzetek oldalait megrajzolta pirossal. (Két négyzet közös oldalát csak egyszer rajzolta meg.)

Összesen hány cm hosszúságú piros szakaszt húzott Pityu?

Írd le, hogyan gondolkoztál!

Megoldás:

<p>a) 8 olyan kiskockából van összerakva a nagy, amelynek pontosan 3 lapja van lefestve. Ezek a nagy kocka 8 sarkában vannak.</p> <p>12 olyan kiskockából van összerakva a nagy, amelynek pontosan 2 lapja van lefestve. Ezek a nagy kocka élén vannak közepén.</p> <p>6 olyan kiskockából van összerakva a nagy, amelynek pontosan 1 lapja van lefestve. Ezek a nagy kocka 6 oldallapjának a középső négyzetét képezik.</p>	<p>3 pont: 0,5 p.: 8 kiskocka 0,5 p.: A nagy kocka 8 sarkában találhatóak. 0,5 p.: 12 kiskocka 0,5 p.: Ezek a nagy kocka élén vannak közepén. 0,5 p.: 6 kiskocka 0,5 p.: Ezek a nagy kocka 6 oldallapjának a középső négyzetét képezik.</p>
<p>b) 1. megoldás: A nagy kocka oldallapjain 9 négyzet található 3 sorban és 3 oszlopban elhelyezve. Minden sorban és oszlopban 3 – 3 kis négyzet van. Ezek oldalhosszúsága $9\text{cm} : 3 = 3\text{ cm}$. Egy négyzetoszlop és sor oldaléle $3 \times 3\text{cm} = 9\text{ cm}$. -A nagy kocka első oldalán Pityu 4 függőleges és 4 vízszintes egyenként 9cm hosszú szakaszt rajzol. Összesen: $(4 + 4) \times 9\text{cm} = 8 \times 9\text{cm} = 72\text{cm}$ -A nagy kocka második oldalán már egy függőleges oldalélnél kevesebbet kell rajzolni, mert egy élben találkozik a két oldal (közös az előzővel). Összesen: $72\text{ cm} - 9\text{ cm} = 63\text{ cm}$. -A harmadik oldalnál ugyanúgy jár el, mint a másodiknál. Összesen 63 cm vonalat húz.</p>	<p>7 pont: 1 p.: Az első oldallapon levő szakaszok hosszúságának helyes meghatározása. 0,5 p.: Bármilyen helyes indoklás. 1 p.: Az második és a harmadik oldallapon levő szakaszok hosszúságának helyes meghatározása. 0,5 p.: Bármilyen helyes indoklás.</p>

<p>-A negyedik oldallap esetében már két szélső oldalél közös a jobb- és a baloldali oldallapokkal. Ezért 9 cm-rel kevesebb szakaszt kell húznia, mint az előzőnél: Összesen: $63\text{cm} - 9\text{cm} = 54\text{cm}$</p> <p>-A nagy kocka mindkét alapján megfigyelhető, hogy a széleken már meg vannak húzva a szakaszok. Ezért csak két függőleges és két vízszintes szakaszt kell rajzolni: $2 \times 3 \times 3\text{ cm} + 2 \times 3 \times 3\text{ cm} = 18\text{cm} + 18\text{cm} = 36\text{ cm}$ (egyik alaplap) $2 \times 3 \times 3\text{ cm} + 2 \times 3 \times 3\text{ cm} = 18\text{cm} + 18\text{cm} = 36\text{ cm}$ (másik alaplap) A szakaszok összhosszának kiszámításához összeadjuk az oldalanként meghúzott szakaszok hosszát: $72\text{cm} + 63\text{cm} + 63\text{cm} + 54\text{cm} + 36\text{cm} + 36\text{cm} = 324\text{cm}$</p> <p>2. megoldás: Egy kockának 12 éle van és 6 lapja van. Ha az élek hosszúságait meghatározzuk, csak a lapokon rajzolt két vízszintes és két függőleges szakasz hosszának összegét kell még kiszámítanunk, amely minden lapon megegyezik, és egyenlő az élek hosszával. Az élek összhosszúsága: $12 \times 9\text{cm} = 108\text{cm}$ A lapokon levő két függőleges és két vízszintes szakasz hosszának összege: $2 \times 9\text{cm} + 2 \times 9\text{cm} = 18\text{cm} + 18\text{cm} = 36\text{ cm}$ A 6 lapon levő vízszintes és függőleges szakaszok összhosszúsága: $6 \times 36\text{cm} = 216\text{cm}$ A szakaszok összhosszúsága: $108\text{cm} + 216\text{cm} = 324\text{cm}$</p>	<p>1 p.: A negyedik oldallapon levő szakaszok hosszúságának helyes meghatározása. 0,5 p.: Bármilyen helyes indoklás. 1 p.: A két alaplapon levő szakaszok hosszúságának helyes meghatározása. 0,5 p.: Bármilyen helyes indoklás. 1 p.: A szakaszok összhosszának helyes meghatározása.</p> <p>2 p. : Helyes indoklás 1 p.: Az élek összhosszúságának helyes meghatározása. 2 p.: A lapokon levő két függőleges és két vízszintes szakasz összhosszúságának helyes meghatározása. 1 p.: A 6 lap vízszintes és függőleges szakasz hosszainak helyes meghatározása. 1 p. A szakaszok összhosszúságának helyes meghatározása.</p>
<p>Felelet: Pityu összesen 324cm hosszúságú piros szakaszt húzott.</p>	<p>1 p.: helyes felelet.</p>
<p>Összpontszám: 11 pont</p>	

2. feladat:

A 2022 egy olyan négyjegyű szám, amelyben a 0-tól különböző számjegyek szorzata 8.
Hány olyan négyjegyű szám létezik, amelyben az egyik számjegy 0, a többi három szorzata pedig 8?
Sorold fel a számokat! Írd le, hogyan gondolkoztál!

Megoldás:

<p>Meghatározzuk, hogy melyek lehetnek azon számok számjegyei, amelyek szorzata 8, és egyik számjegyük 0. $1 \times 1 \times 8 = 8$, $1 \times 2 \times 4 = 8$, $2 \times 2 \times 2 = 8$</p> <p>Az ezresek számjegye nem lehet 0. A keresett négyjegyű számok számjegyei a következők lehetnek: 1, 2, 4, 8 és 0.</p> <ol style="list-style-type: none"> Ha a szám számjegyei 1, 1, 8 és 0: 1018, 1081, 1108, 1180, 1801, 1810, 8011, 8101, 8110. 9 szám létezik. Ha a szám számjegyei 1, 2, 4 és 0: 1024, 1042, 1204, 1240, 1402, 1420, 2014, 2041, 2104, 2140, 2401, 2410. 4012, 4021, 4102, 4120, 4201, 4210. 18 szám létezik. Ha a szám számjegyei 2, 2, 2 és 0: 2022, 2202, 2220. 3 szám létezik. 	<p>0,5 p.: Az ezresek számjegye egy 0-tól különböző szám. 1 p.: A négy szorzótényező helyes meghatározása. 0,25 p./szorzótényező 1 p.: A négyjegyű számokat alkotó öt számjegy helyes meghatározása. 0,2 p./számjegy</p> <p>7,5 p.: A keresett négyjegyű számok helyes meghatározása. 0,25 p./ szám</p>
--	---

Összesen: $9 + 18 + 3 = 30$	1 p.: A keresett négyjegyű számok helyes összesítése.
Felelet: 30 olyan szám létezik, amelyben a 0-tól különböző számjegyek szorzata 8.	1 p.: helyes felelet.
Összpontszám: 12 pont	

3. feladat:

Édesanya két lányával, Emmával és Marikával betért a cukrászdába. Marika egy háromgombócos melbát kért, amelyen tejszínhab és csokoládéforgács is volt. Emma egy kétgombócos fagyit, anyuka pedig egy egygombócos fagyilaltot fogyasztott el.

- Hány lejjel kerülhetett többre Marika melbája az Emma fagyilaltjánál, ha anyuka összesen 33 lejt fizetett? (Egy fagyigombóc ára 1 lej vagy annak többszöröse lehet, és nem függ az ízesítéstől.) Keress többféle megoldást!
- Hányféleképpen kaphatta meg anyuka a visszajáró pénzt, ha 50 lejessel fizetett és legfeljebb 10 darab bankjegyet vett át. Sorold fel az összes lehetőséget!

Megoldás:

<p>a) Rendre próbálkozunk egy fagyigombóc árának lehetséges többszöröseit figyelembe véve, mert több megoldás is létezik.</p> <p>Egy gombóc ára nem lehet több 5 lejnél, ha anyuka 33 lejt fizetett, mert: $33 : (1 + 2 + 3) = 33 : 6 = 5$, maradék 3, ahol a maradék a melbán levő tejszínhab és csokoládéforgács ára lehet. Az 1, 2 és 3 számok az anyuka, Emma valamint a Marika fagyigombócainak számát jelölik.</p> <p>Lehetségek:</p> <table border="1"> <tr> <td>1 gombóc ára</td> <td>1 lej</td> <td>2 lej</td> <td>3 lej</td> <td>4 lej</td> <td>5 lej</td> <td>6 lej</td> </tr> <tr> <td>Anya fagyija</td> <td>1 lej</td> <td>2 lej</td> <td>3 lej</td> <td>4 lej</td> <td>5 lej</td> <td>6 lej</td> </tr> <tr> <td>Emma fagyija</td> <td>$1 \times 2 =$ 2 lej</td> <td>$2 \times 2 =$ 4 lej</td> <td>$2 \times 3 =$ 6 lej</td> <td>$2 \times 4 =$ 8 lej</td> <td>$2 \times 5 =$ 10 lej</td> <td>$2 \times 6 =$ 12 lej</td> </tr> <tr> <td>Marika fagyija</td> <td>$33 - (1 + 2) = 30$ lej</td> <td>$33 - (2 + 4) = 27$ lej</td> <td>$33 - (6 + 3) = 24$ lej</td> <td>$33 - (4 + 8) = 21$ lej</td> <td>$33 - (5 + 10) = 18$ lej</td> <td>$33 - (6 + 12) = 15$ lej</td> </tr> <tr> <td>Árkülönbség</td> <td>$30 - 2 =$ 28 lej</td> <td>$27 - 4 =$ 23 lej</td> <td>$24 - 6 =$ 18 lej</td> <td>$21 - 8 =$ 13 lej</td> <td>$18 - 10 =$ 8 lej</td> <td>$15 - 12 =$ 3 lej</td> </tr> </table> <p>Nem lehet Marika és Emma fagyija közötti árkülönbség csak 3 lej, mert Marikának a melbájában egy fagyibombóccal több van, és egy fagyigombóc feltételezett ára ez esetben 6 lej. $3 < 6$</p>							1 gombóc ára	1 lej	2 lej	3 lej	4 lej	5 lej	6 lej	Anya fagyija	1 lej	2 lej	3 lej	4 lej	5 lej	6 lej	Emma fagyija	$1 \times 2 =$ 2 lej	$2 \times 2 =$ 4 lej	$2 \times 3 =$ 6 lej	$2 \times 4 =$ 8 lej	$2 \times 5 =$ 10 lej	$2 \times 6 =$ 12 lej	Marika fagyija	$33 - (1 + 2) = 30$ lej	$33 - (2 + 4) = 27$ lej	$33 - (6 + 3) = 24$ lej	$33 - (4 + 8) = 21$ lej	$33 - (5 + 10) = 18$ lej	$33 - (6 + 12) = 15$ lej	Árkülönbség	$30 - 2 =$ 28 lej	$27 - 4 =$ 23 lej	$24 - 6 =$ 18 lej	$21 - 8 =$ 13 lej	$18 - 10 =$ 8 lej	$15 - 12 =$ 3 lej	<p>7 pont</p> <p>1 p.: Bármilyen helyes indoklás.</p> <p>5 p.: Az öt lehetséges megoldás helyes felírása és levezetése. Minden helyes megoldás 1 pontot ér.</p>
1 gombóc ára	1 lej	2 lej	3 lej	4 lej	5 lej	6 lej																																				
Anya fagyija	1 lej	2 lej	3 lej	4 lej	5 lej	6 lej																																				
Emma fagyija	$1 \times 2 =$ 2 lej	$2 \times 2 =$ 4 lej	$2 \times 3 =$ 6 lej	$2 \times 4 =$ 8 lej	$2 \times 5 =$ 10 lej	$2 \times 6 =$ 12 lej																																				
Marika fagyija	$33 - (1 + 2) = 30$ lej	$33 - (2 + 4) = 27$ lej	$33 - (6 + 3) = 24$ lej	$33 - (4 + 8) = 21$ lej	$33 - (5 + 10) = 18$ lej	$33 - (6 + 12) = 15$ lej																																				
Árkülönbség	$30 - 2 =$ 28 lej	$27 - 4 =$ 23 lej	$24 - 6 =$ 18 lej	$21 - 8 =$ 13 lej	$18 - 10 =$ 8 lej	$15 - 12 =$ 3 lej																																				
<p>Felelet: Marika melbája 28, 23, 18, 13 vagy 8 lejjel kerülhetett többre, mint Emma fagyilaltja.</p>							<p>1 p.: helyes felelet.</p>																																			
<p>b) $50 \text{ lej} - 33 \text{ lej} = 17 \text{ lej}$ a visszajáró A következő bankjegyeket kaphatta vissza anyuka: 10 lejes, 5 lejes és 1 lejes.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>10 lejes</th> <th>5 lejes</th> <th>1 lejes</th> <th>darabszám</th> <th>Összesen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 db</td> <td>1 db</td> <td>2 db</td> <td>4 db bankjegy</td> <td>$1 \times 10 + 1 \times 5 + 2 \times 1 = 17 \text{ lej}$</td> </tr> <tr> <td>1 db</td> <td>-</td> <td>7 db</td> <td>8 db bankjegy</td> <td>$1 \times 10 + 7 \times 1 = 17 \text{ lej}$</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>2 db</td> <td>7 db</td> <td>9 db bankjegy</td> <td>$2 \times 5 + 7 \times 1 = 17 \text{ lej}$</td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>3 db</td> <td>2 db</td> <td>5 db bankjegy</td> <td>$3 \times 5 + 2 \times 1 = 17 \text{ lej}$</td> </tr> </tbody> </table>							10 lejes	5 lejes	1 lejes	darabszám	Összesen	1 db	1 db	2 db	4 db bankjegy	$1 \times 10 + 1 \times 5 + 2 \times 1 = 17 \text{ lej}$	1 db	-	7 db	8 db bankjegy	$1 \times 10 + 7 \times 1 = 17 \text{ lej}$	-	2 db	7 db	9 db bankjegy	$2 \times 5 + 7 \times 1 = 17 \text{ lej}$	-	3 db	2 db	5 db bankjegy	$3 \times 5 + 2 \times 1 = 17 \text{ lej}$	<p>4 pont</p> <p>0,5 p.: A visszajáró összeg helyes meghatározása</p> <p>0,5 p.: A felhasználható bankjegyek helyes meghatározása.</p> <p>2 p.: A négy lehetőség helyes</p>										
10 lejes	5 lejes	1 lejes	darabszám	Összesen																																						
1 db	1 db	2 db	4 db bankjegy	$1 \times 10 + 1 \times 5 + 2 \times 1 = 17 \text{ lej}$																																						
1 db	-	7 db	8 db bankjegy	$1 \times 10 + 7 \times 1 = 17 \text{ lej}$																																						
-	2 db	7 db	9 db bankjegy	$2 \times 5 + 7 \times 1 = 17 \text{ lej}$																																						
-	3 db	2 db	5 db bankjegy	$3 \times 5 + 2 \times 1 = 17 \text{ lej}$																																						

	meghatározása. 0,5p./lehetőség
Felelet: Édesanya 4 féleképpen kaphatta meg a visszajáró 17 lejt.	1 p.: helyes felelet.
Összpontszám: 11 pont	

4. feladat:

A varázslóiskolában 3 garas 6 fabatkát és 5 tallért ér, 2 garas pedig 2 fabatkát és 4 tallért.

a) Egy garas hány fabatkát ér?

b) Egy adag varázsital elkészítéséhez 3 békalábra és 4 kígyónyelvre van szükség.

Hány adag varázsitalra való hozzávaló vásárolható 99 garasért, ha 1 békaláb 1 garast ér, egy kígyónyelv pedig 4 tallért és 2 fabatkát.

Írd le, hogyan gondolkoztál!

Megoldás:

<p>a) 1. megoldás:</p> <p>(1) 3 garas = 6 fabatka és 5 tallér (2) 2 garas = 2 fabatka és 4 tallér /:2 → (3) 1 garas = 1 fabatka és 2 tallér Ha 1 garas értékét behelyettesítem az (1) kifejezésbe, megkapom, hogy 1 garas hány fabatkát ér. 3 x (1 fabatka és 2 tallér) = 6 fabatka és 5 tallér 3 fabatka és 6 tallér = 6 fabatka és 5 tallér / Mindkét oldalról ki tudok vonni 3 fabatkát és 5 tallért. → 1 tallér 3 fabatkát ér. Behelyettesítem a (3) kifejezésbe az 1 tallér értékét: 1 garas = 1 fabatka + 2 x 3 fabatka 1 garas 7 fabatkát ér.</p> <p>2. megoldás: Az első kifejezést 4-gyel, a másodikat 5-tel szorzom, hogy ha majd kivonom az elsőből a másodikat, a tallérok kiesnek. Így megkapom, hogy egy garas hány fabatkát ér. 3 garas = 6 fabatka és 5 tallér / x 4 2 garas = 2 fabatka és 4 tallér / x 5 (1) 12 garas = 24 fabatka és 20 tallér (2) 10 garas = 10 fabatka és 20 tallér (1) - (2) → 2 garas = 14 fabatka → 1 garas 7 fabatkát ér.</p>	<p>4 pont</p> <p>1p.: Ha észreveszi, hogy a 2. kifejezés felezése során megkapja, hogy mennyit ér 1 garas fabatkában és tallérban kifejezve. 1p.: Ha megkapja, hogy 1 tallér 3 fabatkát ér. 1p.: 1 garas 7 fabatkát ér.</p> <p><i>1p.:</i> A kifejezések 4-gyel és 5-tel való helyes szorzása 1p.: Ha észreveszi, hogy ki kell vonnia az elsőből a második kifejezést. 1p.: 1 garas 7 fabatkát ér.</p>
<p>Felelet: 1 garas 7 fabatkát ér.</p>	<p>1p.: helyes felelet.</p>
<p>b) (1) 1 adag varázsitalhoz 3 békalábra és 4 kígyónyelvre van szükség (2) 1 békaláb = 1 garas 1 kígyónyelv = 2 fabatka és 4 tallér Az a) pontból tudjuk, hogy: 2 fabatka és 4 tallér = 2 garas → (3) 1 kígyónyelv = 2 garas (1) (2) (3) → 1 adag varázsital 3 x 1 garas + 4 x 2 garas = 11 garasba kerül. 99 garasért 99 : 11 = 9 adag varázsital vásárolható.</p>	<p>5 pont</p> <p>1 p.: Észreveszi, hogy 2 fabatka és 4 tallér = 2 garas 1 p.: A kígyónyelv értékének helyes meghatározása. 1p.: Egy adag varázsital helyes meghatározása. 1 p.: 99 garasért hány adag varázsital vásárolható.</p>
<p>Felelet: 99 garasért 9 adag varázsitalra való hozzávaló vásárolható meg.</p>	<p>1 p.: helyes felelet.</p>
Összpontszám: 9 pont	

5. feladat:

Egy kis erdélyi faluban három egymás melletti házban három barát lakik, mindegyikük más-más állatot tart és más-más a kedvenc játéka. Mindhárman különböző sportágban jeleskednek.

Igazak a következő állítások:

- 1. A papagáj délutánonként szereti figyelni, amint gazdája a Geomaggal játszik.
- 2. A zöld ház lakójának kedvenc időtöltése építőkockából hidakat, házakat építeni.
- 3. A piros ház lakója nem szereti a halakat, de nagyon jól úszik.
- 4. A kék házban lakó gyerek szerdán boldogan meséli, hogy előző délután kis halacskaí születtek.
- 5. Rex, a kiskutya minden nap együtt szalad a gazdijával.

Ki szeret legózni? Ki nyerte meg a bicikliversenyt?

Írd le, hogyan gondolkoztál!

Megoldás:

<p>Előnyös a megoldáshoz táblázatot használni, majd kijelentésről kijelentésre haladva bejegyezni az információkat.</p> <p>Pl. El lehet kezdeni a házak színe szerinti besorolást.</p> <p>2. A zöld ház lakója építőkockázik.</p> <p>3. A piros ház lakója jól úszik.</p> <p>4. A kék ház lakójának halai vannak.</p> <p>Mivel az 5. kijelentésben annak a gyereknek, aki szalad, kutyája van, ez a gyerek nem lakhat sem a kék, sem a piros házban, csak a zöldben.</p> <p>1. Akinek papagája van, Geomaggal szeret játszani. Már csak a piros ház lakójának nincs meghatározva, hogy melyik állat a kedvence, és mivel szeret játszani. Ő nem lakhat a kék házban, mert a 4-es kijelentésből tudjuk, hogy az ott lakó gyerekek hala van.</p> <p>Már csak a kék ház lakójáról nem tudjuk, hogy mi a kedvenc játéka, és mit sportol. Ezért biztos, hogy a kék házban lakó gyerek legózik és biciklizik.</p>	<table border="1"><thead><tr><th>Házak színe</th><th>Zöld ház</th><th>Piros ház</th><th>Kék ház</th></tr></thead><tbody><tr><td>Házi kedvenc</td><td>5.kutya</td><td>1.papagáj</td><td>4.hal</td></tr><tr><td>Játék</td><td>2.építőkocka</td><td>1.Geomag</td><td>legó</td></tr><tr><td>Sport</td><td>5.szaladás</td><td>3.úszás</td><td>biciklizés</td></tr></tbody></table>	Házak színe	Zöld ház	Piros ház	Kék ház	Házi kedvenc	5.kutya	1.papagáj	4.hal	Játék	2.építőkocka	1.Geomag	legó	Sport	5.szaladás	3.úszás	biciklizés	<p>10 pont</p> <p>9 p.: Minden helyes megfejtés 1 pontot ér. 1 x 9 = 9</p>
Házak színe	Zöld ház	Piros ház	Kék ház															
Házi kedvenc	5.kutya	1.papagáj	4.hal															
Játék	2.építőkocka	1.Geomag	legó															
Sport	5.szaladás	3.úszás	biciklizés															
<p>Felelet: A kék házban lakó gyerek szeret legózni és ő nyerte a bicikliversenyt is.</p>	<p>1p.: helyes felelet.</p>																	

Megjegyzés:

- Minden, a fentiekől eltérő, helyes megoldás maximális pontszámot ér.
- Több, elvileg különböző és hibátlan megoldás esetén a második megoldástól a pontszám fele kapható!