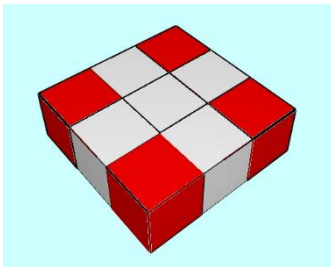




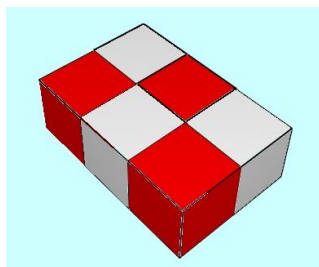
REGIONÁLIS DÖNTŐ  
3. OSZTÁLY

1. feladat

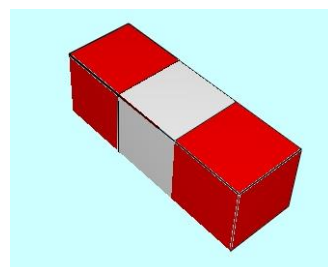
Tomásnak 18 egyforma méretű építőkockája van. Öt fehér és négy piros kockából kirakta az 1. ábrán látható testet, majd három piros és három fehér kockából kirakta a 2. ábrán látható testet, és a megmaradt három kockából a 3. ábrán látható testet. Végül a három testet egymásra illesztette, amint az a 4. ábrán látható.



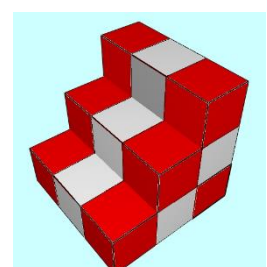
1. ábra



2. ábra



3. ábra



4. ábra

Figyeld meg a **4. ábrát**, majd válaszolj a kérdésekre!

- a) Hány piros oldallap érintkezik fehér oldallappal? (Két oldallap érintkezik, ha fedik egymást.)  
b) Hány piros él érintkezik fehér éllel? (Két él érintkezik, ha van legalább két közös pontjuk.)

Megoldás:

a)

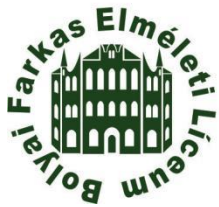
- Az **1. ábrán látható test** esetében a sarkokban található piros kockák szomszédja 2-2 fehér kocka, így **8** piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.
- A **2. ábrán látható test** esetében a sarkokban található piros kockák 2-2 oldallapja és a közepén található piros kocka 3 oldallapja, azaz **7** piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.
- A **3. ábrán látható test** esetében **2** piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.
- Az **1. és a 2. ábrán látható testek** egymásra helyezése következtében az alsó test öt kockájára egy-egy más színű kocka kerül, így újabb **5** piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.
- A **3. szinten** a felső test mind a három kockája egy-egy más színű kockára kerül, így újabb **3** piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.
- Tehát a **4. ábrán** látható testben **25** piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.

**4 pont:**

- 0,5p:** Az 1. ábrán látható test piros kockáinak 8 oldallapja érintkezik fehér oldallappal.
- 0,5p:** A 2. ábrán látható test piros kockáinak 7 oldallapja érintkezik fehér oldallappal.
- 0,5p:** A 3. ábrán látható test piros kockáinak 2 oldallapja érintkezik fehér oldallappal.
- 0,5p:** Az 1. és a 2. szintet alkotó testek piros kockáinak 5 oldallapja érintkezik fehér oldallappal.
- 1p:** A felső szinten 3 piros oldallap érintkezik fehér oldallappal.
- 1p:** A **25** oldallap meghatározása



<p><b>b)</b></p> <p>- Az <b>1. ábrán látható test</b> esetében a sarkokban található piros kockák 7-7 éle, azaz összesen <b>28</b> piros él érintkezik fehér éllel. Ezek a piros kockák 2-2 belső oldallapján található élek.</p> <p>- A <b>2. ábrán látható test</b> esetében a <b>középen</b> lévő piros kocka 10 éle, valamint a sarkokban található piros kockák 7-7 éle, azaz összesen <b>24</b> piros él érintkezik valamely fehér kocka élével.</p> <p>- A <b>3. ábrán látható test</b> esetében a fehér kocka melletti piros kockák 4-4 éle, azaz <b>8</b> piros él érintkezik fehér éllel.</p> <p>- Az <b>1. és a 2. szintet alkotó két test</b> egymásra helyezése következtében újabb <b>9</b> piros él érintkezik fehér éllel. Ezek az alsó szinten a sarkokban található piros kockák felső élei közül a két-két külső él (<math>2+2=4</math>), valamint a második szinten található piros kockák alsó-külső élei (<math>2+2+1=5</math>).</p> <p>- A <b>2. és a 3. szintet alkotó testek</b> egymásra helyezése következtében újabb <b>7</b> piros él érintkezik fehér éllel. Ezek a 3. szint piros kockáinak három-három éle, valamint a középső fehér kocka külső éle (<math>3+3+1=7</math>).</p> <p>- Tehát a <b>4. ábrán látható testben összesen</b> <math>28+24+8+9+7=76</math> piros él érintkezik fehér éllel.</p> <p><b>Vagy</b></p> <p>- Megszámláljuk, hogy a piros kockák hány éle nem érintkezik fehér éllel. Az <b>1. szinten</b> a sarkokban található piros kockák 3-3 éle, valamint a sarokban található két piros kocka újabb 2-2 éle; a <b>2. szinten</b> a sarkokban található piros kockák 3-3 éle; a <b>3. szinten</b> ugyancsak a sarkokban található piros kockák 5-5 éle, azaz <b>összesen</b> <math>4X3 + 2X2 + 3X2 + 5X2 = 32</math> piros él nem érintkezik fehér éllel.</p> <p>- Egy kockának 12 éle van, a <b>kilenc piros kockának</b> <math>9 \times 12 = 108</math> éle van.</p> <p>- Mivel 32 él nem érintkezik fehér éllel, <math>108 - 32 = 76</math> piros él érintkezik fehér éllel.</p>	<p><b>4 pont:</b></p> <p><b>0,5p:</b> Az 1. ábrán látható test esetében a sarkokban található piros kockák <b>28</b> éle érintkezik fehér éllel.</p> <p><b>0,5p:</b> A 2. ábrán látható test esetében a középen található piros kocka 10 éle érintkezik a fehér kocka élével.</p> <p><b>0,5p:</b> A 2. ábrán látható test esetében <b>24</b> piros él érintkezik fehér kocka élével.</p> <p><b>0,5p:</b> A 3. ábrán látható test esetében <b>8</b> piros él érintkezik fehér éllel.</p> <p><b>0,5p:</b> A 1. és 2. szintet alkotó testek egymásra helyezése következtében <b>9</b> piros él érintkezik fehér éllel.</p> <p><b>0,5p:</b> A 2. és 3. szintet alkotó testek egymásra helyezése következtében <b>7</b> piros él érintkezik fehér éllel.</p> <p><b>1 p:</b> A <b>76 él</b> meghatározása</p> <p><i>Megjegyzés: Ha más módszerrel helyesen számlálja meg az éleket, akkor is maximális pontszám jár.</i></p>
<p><b>Felelet:</b> Az ábrán látható testben <b>25</b> piros oldallap érintkezik fehér oldallappal és <b>76</b> piros él érintkezik fehér éllel.</p>	<p><b>2p:</b> helyes feleletek</p>
<p><b>Összpontszám:</b></p>	<p><b>10 pont</b></p>



## 2. feladat

A 2024 olyan négyjegyű szám, amelyben a számjegyek párosak, és az első két számjegyből alkotott szám 4-gyel kisebb, mint az utolsó két számjegyből alkotott szám.

- a) Hány ilyen négyjegyű szám van? Sorold fel a számokat!  
b) Kati leírta az összes ilyen számot csökkenő sorrendben. **A számok közé nem tett vesszőt, helyközt sem hagyott ki közöttük.** Melyik a Kati által leírt 21. számjegy?

### Megoldás:

<p>a) <math>\overline{abcd}</math> a keresett szám, számjegyei párosak és <math>\overline{ab} = \overline{cd} - 4</math> Az <math>a</math> számjegy csak 2, 4, 6 vagy 8 lehet. - Ha <math>a = 2</math>, akkor <math>b = 0, 2, 4, 6</math> vagy 8 lehet. A keresett számok: <b>2024, 2226 és 2428</b> - Ha <math>a = 4</math>, akkor <math>b = 0, 2, 4, 6</math> vagy 8 lehet. A keresett számok: <b>4044, 4246 és 4448</b> - Ha <math>a = 6</math>, akkor <math>b = 0, 2, 4, 6</math> vagy 8 lehet. A keresett számok: <b>6064, 6266 és 6468</b> - Ha <math>a = 8</math>, akkor <math>b = 0, 2, 4, 6</math> vagy 8 lehet. A keresett számok: <b>8084, 8286 és 8488.</b></p> <p>b) Kati által leírt számok: <b>8488 8286 8084 6468 6266 6064 4448 4246 4044 2428 2226 2024</b> Mivel minden szám négyjegyű, a 21. számjegy a 6. szám első számjegye, azaz a 6-os lesz.</p>	<p><b>8 pont:</b> <b>6p:</b> (12x0,5p) helyesen felírt számok</p> <p><b>2p:</b> A számok csökkenő sorrendben való felírása, és a 21. számjegy megnevezése. <i>Megjegyzés: Minden hibásan felírt szám – 0,1 pont</i></p>
<p><b>Felelet:</b> a) 12 ilyen szám van. b) A 21. számjegy a 6-os.</p>	<p><b>2p:</b> helyes feleletek</p>
<p><b>Összpontszám:</b></p>	<p><b>10 pont</b></p>

## 3. feladat

Márti, Dóri és Enikő virágot ültettek. Márta 4-gyel többet ültetett, mint Dóri virágjainak négyszerese, Enikő pedig 4-gyel többet, mint Márta virágjainak fele. Hány virágot ültettek a lányok külön-külön, ha együtt 80 virágot ültettek? Készíts ábrát!

### Megoldás:

<p><b>Ábra:</b></p> <p>Jelöljük a Dóri virágait <b>a</b>-val.</p>	<p><b>8,5 pont:</b> <b>3p:</b> a helyes ábra elkészítése</p>
---	--



<p>Az adatok alapján:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Dóri virágai <math>\rightarrow a</math></li><li>- Márti virágai <math>\rightarrow 4a + 4</math></li><li>- Enikő virágai <math>\rightarrow 2a + 2 + 4</math></li><li>- a három lány virágai összesen <math>\rightarrow 7a + 4 + 4 + 2 = 80</math></li></ul> <p>Kiszámítjuk:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Dóri virágainak számát: <math>7a + 4 + 4 + 2 = 80</math> <math>7a + 10 = 80</math> <math>7a = 80 - 10</math> <math>7a = 70</math> <math>a = 70 : 7</math> <math>a = 10</math></li><li>- Márti virágainak számát: <math>4a + 4 = 4 \times 10 + 4 = 44</math></li><li>- Enikő virágainak számát: <math>2a + 2 + 4 = 2 \times 10 + 2 + 4 = 26</math></li></ul>	<p><b>3p:</b> Dóri által ültetett virágok számának meghatározása</p> <p><b>1,5p:</b> Márti által ültetett virágok számának meghatározása</p> <p><b>1p:</b> Enikő által ültetett virágok számának meghatározása</p>
<b>Felelet:</b> Dóri 10, Márti 44, Enikő 26 virágot ültetett.	<b>1,5 p:</b> helyes feleletek
<b>Összpontszám:</b>	<b>10 pont</b>

#### 4. feladat

A harmadik osztály 26 tanulója testnevelésórán fehér vagy fekete pólót és fehér vagy fekete nadrágot vett magára. 13 diák fehér pólót, 12 diák fekete nadrágot, 7 diák pedig fehér pólót és fekete nadrágot viselt.

- Hány diák viselt fekete nadrágot és fehér pólót?
- Hány diák viselt fekete nadrágot és fekete pólót?
- Hány diák viselt fehér nadrágot és fehér pólót?

#### Megoldás:

<p>A diákok négyféleképpen öltözhetnek fel:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>fehér póló és fehér nadrág;</li><li>fehér póló és fekete nadrág;</li><li>fekete póló és fehér nadrág;</li><li>fekete póló és fekete nadrág.</li></ol> <p>- Ha tudjuk, hogy <b>7 diák fehér pólót és fekete nadrágot</b> visel a feladat szövege alapján.</p> <p>- 12 diák fekete nadrágot vett fel, vagyis <b>12-7=5 diák fekete nadrágot és fekete pólót</b> viselt.</p> <p>- Ha 7 diák fehér pólót és fekete nadrágot, 13 diák pedig fehér pólót vett fel, akkor <b>13-7=6 diák fehér pólót és fehér nadrágot</b> viselt.</p>	<p><b>9 pont:</b></p> <p><b>2p:</b> A diákok négyféleképpen öltözhetnek fel:</p> <p><b>2p:</b> 7 diák fekete nadrágot és fehér pólót viselt.</p> <p><b>3p:</b> 5 diák fekete nadrágot és fekete pólót visel</p> <p><b>3p:</b> 6 diák fehér pólót és fehér nadrágot viselt.</p>
---	--



<b>Felelet:</b> 7 diák fekete nadrágot és fehér pólót, 5 diák fekete pólót és fekete nadrágot, 6 diák pedig fehér pólót és fehér nadrágot viselt.	<b>2p:</b> helyes feleletek
<b>Összpontszám:</b>	<b>12 pont</b>

### 5. feladat

1802. december 15-én, Kolozsváron egy különleges gyermek született: Bolyai János. Minden idők egyik legnagyobb matematikusa Marosvásárhelyen nevelkedett. Kilencéves korában apja, Bolyai Farkas, komoly tanulásra fogta, és hamar kiderült, hogy rendkívüli tehetsége van a matematikához. A család anyagi helyzete nem tette lehetővé, hogy híres egyetemen tanulhasson, így a bécsi Hadmérnöki Akadémiára került, ahol mindjárt a 4. évfolyamon kezdett el tanulni. Tanulmányai elvégzése után hadmérnökként állt katonai szolgálatba. 1833-ban betegsége miatt kérte nyugdíjaztatását, és visszaköltözött Marosvásárhelyre. Itt matematikai kutatásokkal foglalkozott 1860. januárjában bekövetkezett haláláig.

Ha megfejted az alábbi összeadást, megtudhatod, hogy január hányadik napján hunyt el Bolyai János.

Az összeadásban az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek.

a) Melyik betű milyen számjegyet jelöl? Írd le, hogyan gondolkodtál!

b) Hányadikán hunyt el Bolyai János? (A nap sorszámát az OS betűk helyére kerülő számjegyek adják meg.)

$$\begin{array}{r}
 \text{J} \ \text{Á} \ \text{N} \ \text{O} \ \text{S} \ + \\
 \text{J} \ \text{Á} \ \text{N} \ \text{O} \\
 \text{J} \ \text{Á} \ \text{N} \\
 \text{J} \ \text{Á} \\
 \text{J} \\
 \hline
 2 \ 1 \ 5 \ 8 \ 3
 \end{array}$$

### Megoldás:

A tízezresek számjegye az összegben 2, így a J betű 1-es vagy 2-es számjegyet jelölhet.

- Ha  $J=1 \rightarrow J+\text{Á}=11$ , vagy  $J+\text{Á}+1=11$ , vagy  $J+\text{Á}+2=11$ 
  - Ha  $J+\text{Á}=11 \rightarrow 1+\text{Á}=11 \rightarrow$  nem lehetséges
  - Ha  $J+\text{Á}+1=11 \rightarrow 1+\text{Á}+1=11 \rightarrow \text{Á}=9$

Az összeadás alapján  $J+\text{Á}+\text{N}=15$ , vagy  $J+\text{Á}+\text{N}+1=15$ , vagy  $J+\text{Á}+\text{N}+2=15$

- Ha  $J+\text{Á}+\text{N}=15 \rightarrow 1+9+\text{N}=15 \rightarrow \text{N}=5$

Így  $J+\text{Á}+\text{N}+\text{O}=8 \rightarrow 1+9+5+\text{O}=8 \rightarrow$  nem lehetséges

- Ha  $J+\text{Á}+\text{N}+1=15 \rightarrow 1+9+\text{N}+1=15 \rightarrow \text{N}=4$

Innen  $J+\text{Á}+\text{N}+\text{O}=18$ , vagy  $J+\text{Á}+\text{N}+\text{O}+1=18$ , vagy

### 10 pont:

A számjegyek meghatározása megfelelő indoklással 2-2 pont (összesen  $5 \times 2 = 10$  pont)

### Megjegyzés:

Ha csak az összeadást írja le a helyes számjegyekkel, akkor 5 pont jár. (Minden helyes számjegy 1 pont.)



$$J+\acute{A}+N+O+2=18$$

- Ha  $J+\acute{A}+N+O=18 \rightarrow 1+9+4+O=18 \rightarrow O=4$   
Így  $J+\acute{A}+N+O+S=3 \rightarrow$  nem lehetséges
- Ha  $J+\acute{A}+N+O+1=18 \rightarrow 1+9+4+O+1=18 \rightarrow O=3$   
Így  $1+9+4+3+S=13 \rightarrow$  nem lehetséges
- Ha  $J+\acute{A}+N+O+2=18 \rightarrow 1+9+4+O+2=18 \rightarrow O=2$   
Így  $1+9+4+2+S=23 \rightarrow S=7$

- Ha  $J+\acute{A}+N+2=15 \rightarrow N=3$

Innen  $J+\acute{A}+N+O=27 \rightarrow$  nem lehetséges

- Ha  $J+\acute{A}+2=11 \rightarrow \acute{A}=8$

Innen  $J+\acute{A}+N=25 \rightarrow$  nem lehetséges

**Tehát  $J=1, \acute{A}=9, N=4, O=2, S=7$**

A megoldás átláthatóbb, ha táblázatba foglaljuk a lehetőségeket:

J=1	J+Á=11	-						
	J+Á+1=11	Á=9	J+Á+N=15	N=5	J+Á+N+O=8	-	J+Á+N+O+S=3	-
			J+Á+N+1=15	N=4	J+Á+N+O=18	O=4	J+Á+N+O+S=13	-
					J+Á+N+O+1=18	O=3	J+Á+N+O+S=13	-
					J+Á+N+O+2=18	O=2	J+Á+N+O+S=23	S=7
			J+Á+N+2=15	N=3	J+Á+N+O=27	-		
	J+Á+2=11	Á=8	J+Á+N=25	-				
J=2	J+Á=1	-						

Ellenőrzés:

$$\begin{array}{r}
 1 \ 9 \ 4 \ 2 \ 7 \ + \\
 1 \ 9 \ 4 \ 2 \\
 1 \ 9 \ 4 \\
 1 \ 9 \\
 1 \\
 \hline
 2 \ 1 \ 5 \ 8 \ 3
 \end{array}$$

**Felelet:**  $J=1, \acute{A}=9, N=4, O=2, S=7$   
Bolyai János 27-én hunyt el.

**2p:** helyes feleletek

**Összpontszám:**

**12 pont**

*Egyenlő pontszám esetén az elsőbbség meghatározásakor a feladatokat a következőképpen rangsoroljuk: 4-es, 5-ös, 1-es, 3-as és 2-es*